

CENTRO UNIVERSITÁRIO DO SUL DE MINAS – UNIS / MG

ENGENHARIA MECÂNICA

LENO BRAGA FARIA

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS:

Aplicação estrutural assistida por software CAE

Varginha - MG
2011

FEPESMIG

LENO BRAGA FARIA

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS:

Aplicação estrutural assistida por software CAE

Tese de conclusão de curso
apresentada ao GEP por Leno Braga
Faria como requisito para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

**Varginha - MG
2011**

FEPESMIG

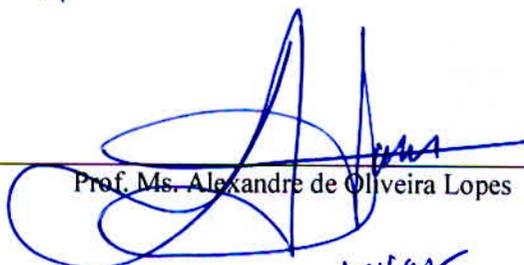
LENO BRAGA FARIA

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS:

Aplicação estrutural assistida por software CAE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Mecânica do Centro Universitário do Sul de Minas – UNIS/MG, como pré-requisito para obtenção do grau de bacharel pela Banca Examinadora composta pelos membros:

Aprovado em 18/10/11



Prof. Ms. Alexandre de Oliveira Lopes



Prof. Ms. Luiz Carlos Vieira Guedes



Prof. Esp. Eduardo Henrique Ferroni

OBS.:

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, pela sabedoria e força dadas durante todo o período de trabalho e a minha família.

Agradeço a todos que me ajudaram a elaborar este trabalho, principalmente ao professor Alexandre Lopes pelo conhecimento transmitido neste período.

“Se não podes entender, crê para que entendas. A fé precede, o intelecto segue.”

Santo Agostinho

RESUMO

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma análise matemática que constitui na discretização de um meio contínuo em pequenos elementos, aproximando-se das mesmas propriedades do meio original. Estes elementos são descritos através de equações diferenciais que visam à obtenção dos valores reais desejados. O termo elemento finito apareceu na década de 60, mas sua viabilização só foi possível após o avanço tecnológico dos computadores em meados da década de 80. O MEF tem sido utilizado nas diversas áreas das ciências exatas, principalmente no que diz respeito ao avanço tecnológico de produtos voltados às engenharias. Com a constante utilização deste método em pesquisas, tendo as vantagens em relação aos outros disponíveis, é de extrema importância conhecê-lo uma vez que se deseja profissionalizar na área de cálculo de esforços estruturais, estática ou dinâmica.

Palavras-chave: Análise de Estruturas. Esforços Mecânicos. Elementos Finitos.

ABSTRACT

The Finite Element Method (FEM) is a mathematic analysis that report a continuous environment in little elements, approximating of same original environment properties. This elements are described in differential equations that seek to show the real valor. The finite element appeared on 60`s year, but the utilization one was on 80`s year with technologic computer advances. The FEM is utilized in many mathematic sciences areas, mostly about the technologic advances of engineer products. With a continuous utilization of this method in inquiries, with a being of most advantage than other disposable methods, is very important knows it if is wanted to specialize on structure efforts calculation, statics our dynamics.

Key Words: Structures Analysis. Mechanics Efforts. Finite Element.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
1 RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS.....	11
1.1 Conceito Histórico.....	11
1.2 Tipos de Elementos Estruturais.....	12
1.2.1 Estruturas de Geometria Laminar.....	12
1.2.2 Estruturas de Geometria Reticulada.....	13
1.2.3 Estruturas de Geometria Sólida.....	14
1.3 Tensão.....	14
1.3.1 Diagrama de TENSÃO x DEFORMAÇÃO.....	14
1.4 Lei de Hooke.....	16
1.5 Tipos de Solicitações.....	17
1.5.1 Tração e Compressão.....	18
1.5.2 Flexão.....	18
1.5.3 Cisalhamento.....	19
1.5.4 Torção.....	19
1.6 Atuação das equações fundamentais da mecânica.....	19
2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	21
2.1 Problema de Valor de Contorno Unidimensional.....	21
2.2 Graus de Liberdade.....	22
2.3 Sistemas Discretos e Contínuos.....	23
2.4 Princípio dos Trabalhos Virtuais.....	23
2.5 Breve histórico – Elementos Finitos.....	24
2.6 Fundamentos do método dos elementos finitos.....	26
2.7 M.E.F. e o software CAE.....	30
2.7.1 Construção do modelo matemático.....	31
2.7.2 Construção do modelo em elementos finitos.....	32
2.7.3 Análise dos resultados.....	32
2.7.4 Teoria da tensão de Von Mises.....	34
2.7.5 Erros no M.E.F.....	35
3 CONDICIONANTES DE UM PROJETO ESTRUTURAL.....	37
3.1 Normas para cálculo de estruturas.....	38
3.1.1 Ações e segurança nas estruturas – NBR 8681/2003.....	38
3.1.2 Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios – NBR 8800/2007.....	39
3.1.3 Forças devido ao vento em edificações – NBR 6123/1988.....	39
4 PROJETANDO UM MODELO EXPERIMENTAL.....	40

4.1 Propriedades do material utilizado.....	41
4.2 Aplicação direta dos esforços.....	42
4.3 Aplicação dos esforços à partir de considerações de projeto.....	45
4.3.1 Ação do vento.....	45
4.3.2 Combinações de ações e coeficientes de segurança implícitos.....	47
4.3.3 Deformação máxima.....	49
4.4 Aplicação dos esforços combinados na estrutura	50
4.5 Resultados.....	54
5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NA ENGENHARIA... ..	55
6 CONCLUSÃO.....	57
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	58
APÊNDICE A – DESENHO DO MODELO	61
ANEXO A – CATÁLOGO DE PERFIS.....	62

INTRODUÇÃO

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método que se desenvolveu através dos diversos métodos numéricos que apareceram desde a década de 50, inseridos no âmbito do programa de desenvolvimento aeroespacial americano. Assim, em conjunto com a evolução dos meios computacionais, revolucionou o sistema de cálculo e controle de segurança de estruturas em geral.

No passado este assunto era tratado apenas pelos profissionais que não só conheciam de projeto, como também executavam os cálculos sob um domínio razoável. Hoje, devido ao avanço gráfico de softwares que possibilita uma análise quase que intuitiva, abriu-se espaço da utilização destes softwares para o mero utilizador. Este aspecto gera dúvidas sobre o porquê existir grades curriculares de cálculo em cursos de engenharia mecânica e civil, sendo que os softwares atuais simplificam os recursos. Porém, os potenciais perigos da utilização destes softwares por um leigo são a não percepção na introdução dos dados, não correspondência do modelo numérico e estrutura analisada e possível desprezo de importantes condicionantes de cálculo. Conclui-se, portanto, que o fato de um software possuir elevada qualidade de desenvolvimento, não é aconselhável a aceitação dos seus resultados por parte de um engenheiro projetista sem especialização no assunto e um conhecimento matemático razoável.

Por outro lado, a utilização dos softwares de maneira consciente e criteriosa, possibilita o uso do MEF para modelar matematicamente estruturas de geometrias irregulares obtendo excelentes índices de segurança de um projeto otimizado.

Por tanto, a premissa deste trabalho é discorrer sobre o Método dos Elementos Finitos, compará-lo com métodos convencionais de cálculo, e demonstrar as fases necessárias para obtenção de um modelo experimental de projeto sob a utilização de softwares de modelagem com resultados interpretados de maneira correta.

1 RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

Engenheiros que trabalham na área de cálculo e projetos de equipamentos atuam com resistência dos materiais o tempo todo. Estes devem ser por excelência, formuladores e solucionadores de problemas no que diz respeito à ação de esforços nos equipamentos projetados.

Na construção mecânica, as partes de uma estrutura devem ter dimensões geométricas capazes de suportar os esforços que são submetidos. Não dependendo apenas disso, mas também das propriedades mecânicas de cada material e seus processos de fabricação.

Estas informações provêm de laboratórios de materiais que realizam testes nos mesmos sob forças previamente conhecidas, observando fenômenos como ruptura, escoamento e deformação.

1.1. Conceito Histórico

Resistência dos materiais é um assunto bastante antigo. Cientistas da antiga Grécia já tinham o conhecimento do fundamento da estática, porém poucos sabiam do problema de deformações. O desenvolvimento da resistência dos materiais seguiu-se ao desenvolvimento das leis da estática.

Com o surgimento das duas ciências definiu-se que a estática considera os efeitos externos das forças que atuam num corpo e a resistência dos materiais, por sua vez, fornece uma explicação mais satisfatória, do comportamento dos sólidos submetidos à esforços externos, considerando o efeito interno (BENTO, 2003).

Galileu¹ (Fig. 1.1) foi o primeiro a tentar uma explicação para o comportamento de alguns membros submetidos a carregamentos e suas propriedades e aplicou este estudo, para os materiais utilizados nas vigas dos cascos de navios para marinha italiana.

¹ **Galileu Galilei (1564-1642):** Físico, matemático, astrônomo e filósofo italiano que teve um papel predominante na chamada revolução científica. Considerado o “pai da ciência moderna”.

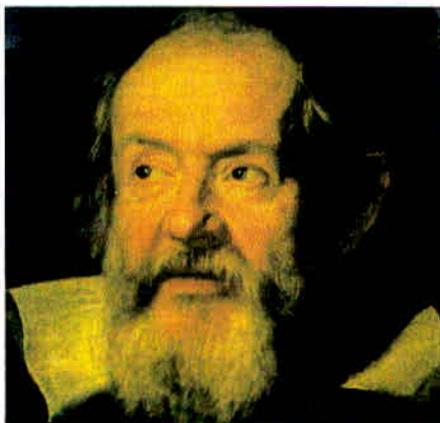


FIGURA 1.1: Galileu Galilei—Primeiro cientista a estudar resistência dos materiais. Fonte: Retrato pintado por Justus Sustermans, 1963.

1.2. Tipos de Elementos Estruturais

Os elementos estruturais podem ser classificados quanto à sua geometria como reticuladas, laminares ou sólidas. Estas últimas são as mais genéricas, sendo classificadas como sólidas as que não apresentarem características que as permitam enquadrar no grupo das laminares ou das reticuladas (AZEVEDO, 2003).

1.2.1. Estruturas de Geometria Laminar

As estruturas de geometria laminar (Fig. 1.2) são as que se desenvolvem para ambos os lados de uma superfície média, mantendo-se na sua vizinhança. É o caso de uma lâmina cuja espessura é muito inferior às restantes dimensões (AZEVEDO, 2003).



FIGURA 1.2: Chapas Metálicas – Geometria Laminar. Fonte: Gerdau – Linhas de produtos - 2011.

1.2.2. Estruturas de Geometria Reticulada

As estruturas de geometria reticulada (Fig. 1.3) são as constituídas por barras prismáticas, cujas dimensões transversais são muito menores do que o comprimento do respectivo eixo (AZEVEDO, 2003).

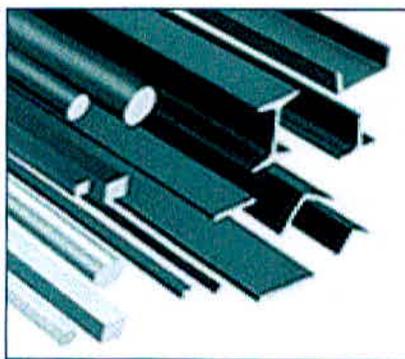


FIGURA 1.3: Barras e Perfis – Geometria Reticulada. Fonte: Gerdau – Linhas de produtos -2011.

1.2.3. Estruturas de Geometria Sólida

São classificados como estruturas de geometria sólida (Fig. 1.4) os elementos que não se enquadram às laminares e reticuladas. Ou seja, estruturas que possuem dimensões consideráveis nos 3 eixos (AZEVEDO, 2003).

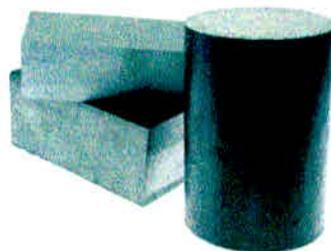


FIGURA 1.4: Blocos e Tarugos – Geometria Sólida. Fonte: Gerdau – Linhas de produtos - 2011.

1.3. Tensão

As tensões são resultados das ações de cargas externas a uma área de um determinado elemento. A direção da tensão depende do sentido da ação de carga. Para solicitações de tração, compressão e flexão, a tensão é dada normal à área de cálculo e é denominada pela letra σ . E para solicitações de torção e cisalhamento a tensão é dada tangencial à área de cálculo e é denominada pela letra τ (CHIAVERINI, 1986). As solicitações citadas acima serão detalhadas no tópico 1.5.

1.3.1. Diagrama de TENSÃO x DEFORMAÇÃO

Os materiais quando são submetidos a um esforço de natureza mecânica, tendem a deformar-se e conforme sua natureza e propriedades essa deformação pode variar. Desta

maneira, alguns materiais possuem deformações elásticas até o seu ponto de ruptura, são os casos dos elastômeros. Outros, podem receber uma considerável deformação permanente antes da ruptura, como por exemplo aços, cobres, etc. Esta capacidade dos materiais poderem se deformar de maneira permanente é conhecida como plasticidade (CHIAVERINI, 1986).

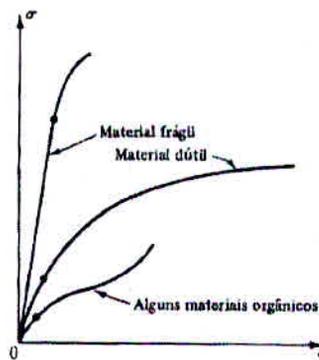


FIGURA 1.5: Comportamento mecânico de alguns materiais.
Fonte: CHIAVERINI, 1986.

Porém, a maioria dos materiais, principalmente os metais por possuírem uma estrutura cristalina, possuem características dos dois aspectos relatados acima. Estes são submetidos a diversos ensaios mecânicos com o intuito de descobrir como se comporta sob a ação de tensões gradativas, até a sua ruptura. Assim se cria o diagrama de TENSÃO x Deformação.

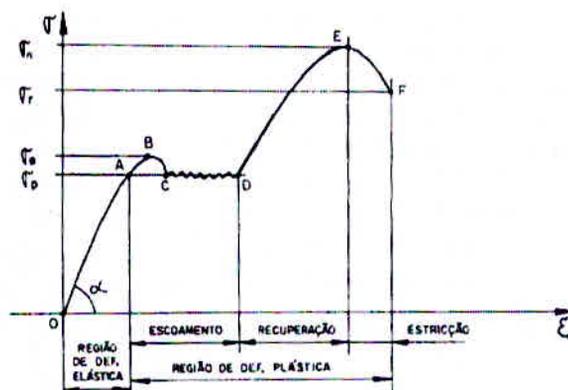


FIGURA 1.6: Pontos do diagrama TENSÃO x DEFORMAÇÃO. Fonte: CHIAVERINI, 1986.

Em um diagrama de tensão de materiais elasto-plásticos (FIG. 1.6), temos:

σ_p - **Tensão de proporcionalidade:** Representa o valor máximo da tensão no qual o material obedece a lei de Hooke (vide tópico 1.5).

σ_E - **Tensão de escoamento:** A partir deste ponto aumentam as deformações sem um grande aumento da tensão.

σ_R - **Tensão limite de resistência:** Corresponde a máxima tensão atingida em um ensaio de tração².

σ_r - **Tensão de ruptura:** A tensão correspondente a ruptura do corpo de prova.

ϵ_e - **Deformação Elástica:** O trecho da curva tensão - deformação, compreendido entre a origem e o limite de proporcionalidade.

ϵ_p - **Deformação Plástica:** O trecho compreendido entre o limite de proporcionalidade e o ponto correspondente a ruptura do material.

Além destas propriedades de elasticidade, os materiais também podem ser classificados como isotrópicos, anisotrópicos ou ortotrópicos. Os materiais isotrópicos são aqueles que possuem homogeneidade em todo o seu volume, os materiais anisotrópicos possuem homogeneidade em dois eixos e um diferente no terceiro eixo e por fim, os materiais ortotrópicos não possuem homogeneidade em todo o seu volume (CHIAVERINI, 1986).

1.4. Lei de Hooke

A lei de Hooke como foi citada acima é a lei da física relacionada à elasticidade de corpos, que serve para calcular a deformação causada pela força exercida sobre um corpo, tal que a força é igual ao deslocamento da massa a partir do seu ponto de equilíbrio vezes a

² **Ensaio de Tração:** Um corpo de prova é submetido a um esforço que tende a alongá-lo até à ruptura. Geralmente, o ensaio é realizado num corpo de prova de formas e dimensões padronizadas, para que os resultados obtidos possam ser comparados ou, se necessário, reproduzidos. Este é fixado numa máquina de ensaios que aplica esforços crescentes sendo medidas as tensões e deformações correspondentes (CHIAVERINI, 1986).

característica constante da mola ou do corpo que sofrerá deformação (CHIAVERINI,1986):

$$\sigma = E \times \varepsilon \quad (1.1)$$

Essa relação se deve ao matemático inglês Robert Hooke³. O coeficiente “E” é chamado módulo de elasticidade, que é determinado pela força de atração entre átomos dos materiais, isto é, quando maior a atração entre átomos, maior o seu módulo de elasticidade (CHIAVERINI, 1986).

1.5. Tipos de Solicitações

Quando um sistema de forças é aplicado a um determinado elemento, diferentes tipos de efeitos podem ser causados na estrutura, dependendo do ponto da aplicação. Estes efeitos são classificados com axiais, no qual atuam em um mesmo sentido de eixo do corpo, ou então transversais, que atuam no sentido perpendicular ao eixo do corpo (POPOV, 2000).

Percebe-se que conhecer as solicitações é o sentido principal de se calcular uma estrutura, mas para isso precisa-se saber como que as diversas maneiras de se aplicar um esforço em um elemento agem na resistência de seu material. Basicamente podemos citar: tração, compressão, Flexão, Cisalhamento, Torção ou esforços compostos por duas ou mais solicitações destas relatadas.

³ **Robert Hooke (1635-1703):** Cientista experimental inglês do século XVII e, portanto, uma das figuras chave da revolução científica.

1.5.1. Tração e Compressão

Podemos afirmar que um elemento está sobre ação de um esforço de tração ou compressão, quando existe uma força atuando normalmente a área da seção (POPOV, 2000). Basicamente pode-se definir esforços de tração e compressão como a seguinte equação abaixo:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{F}{A} \quad (1.2)$$

Lembrando que a tensão máxima relatada na equação 1.2 deve ser menor que o limite de resistência do material utilizado no elemento.

1.5.2. Flexão

A flexão é definida como sendo o esforço que tende a gerar curvaturas ao longo do comprimento da peça. O responsável por isso é o momento fletor, podendo ou não ser acompanhado de esforços cortantes e normais. É o tipo de solicitação mais encontrada no cotidiano em vigamentos. Vigas são estruturas reticuladas não dispostas em sentido vertical, ou seja, dispostas em sentido diagonal ou horizontal (BENTO, 2003).

A equação conhecida como fórmula de flexão em regime elástico, está relacionada com o momento de inércia que é uma característica geométrica do elemento em questão. Quanto maior o momento de inércia, maior a resistência da peça à flexão. Portanto a tensão normal causada pela flexão é dada por:

$$\sigma_F = \frac{M \times y}{I} \quad (1.3)$$

1.5.3. Cisalhamento

O cisalhamento segue o mesmo princípio de cálculo demonstrado ao esforço de tração e compressão (1.2). Porém, a área analisada não será normal ao esforço, mas sim perpendicular, garantindo um esforço cortante. É usual adotar-se a tensão de cisalhamento como sendo 0,75 da tensão de flexão (BENTO, 2003).

$$\tau = \frac{F_{CORTANTE}}{A} \quad (1.4)$$

1.5.4. Torção

O comportamento da torção em uma peça é quando um esforço é aplicado fora do eixo de gravidade do elemento no qual também se encontra engastado, gerando assim uma tendência à rotação. A resistência da peça é gerada através de esforços internos de cisalhamento que atuam em sentido oposto à torção aplicada, conseqüentemente produzindo tensão no material. Para eixos de seção cheia, a tensão é dada por:

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (1.5)$$

1.6. Atuação das equações fundamentais da mecânica

A mecânica de deslocamentos e distribuição de tensões que se desenvolvem sob estruturas sob a ação dos mais diversos esforços externos ao sistema é um dos problemas mais comuns da engenharia mecânica ou civil. Modelos simples e ações específicas podem ser calculadas com um resultado ótimo através de desenvolvimentos equacionais sob análises infinitesimais de certa entidade. Assim estabelece as equações diferenciais que normalmente satisfazem análises de tensões, deslocamentos, deformações e forças. Mas a

relação das ações ocorre simultaneamente de muitas maneiras de acordo com a solicitação (MENDES, 2008).

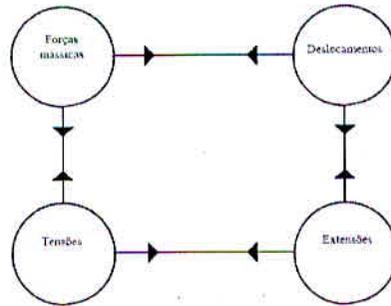


FIGURA 1.7: Diagrama das solicitações ocorrendo simultaneamente. Fonte: MENDES, 2008.

Assim, tem cada vez mais desenvolvido métodos numéricos confiáveis para se resolver problemas como estes. Mas a escolha de um dos vários métodos existentes hoje deve ser feita considerando o tipo de modelo que se pretende utilizar, sob várias hipóteses simplificativas adotadas a um determinado tipo de estrutura. Ou seja, estruturas destinadas a mineração terão cálculos e considerações simplificativas diferentes daquelas destinadas a hidrelétricas ou petroquímicas.

É visto que resistência dos materiais não se resume apenas às informações relatadas acima. O conteúdo visto é apenas um introdutório para desenvolver uma noção sobre cálculos estruturais. Na prática este assunto é muito mais complexo do que realmente aparenta ser, pois além de muitas vezes os esforços acontecerem de maneira composta (mais de um tipo ao mesmo tempo), diversas variáveis externas e condições naturais estão presentes no meio (vento, vibrações, impactos, etc). Não só a respeito dos esforços, mas as peças normalmente também possuem geometrias complexas, geradas em materiais de propriedades variáveis, de acordo com a natureza do esforço, temperatura de trabalho, etc.

Estes aspectos instigam aos profissionais do ramo a utilizarem processos mais rápidos de cálculo com níveis ótimos de segurança. Uma das ferramentas muito utilizadas e difundidas na atualidade para isso é o método dos elementos finitos, alvo de estudo deste trabalho.

2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Uma diversidade de problemas enfrentados na engenharia podem ser tratados através da mecânica do contínuo⁴ (RIBEIRO, 2004). Ou seja, tratando a matéria como um meio contínuo, sem vazios ou interiores, considerando sua estrutura molecular homogênea. Dessa forma, na mecânica do contínuo, a física consegue descrever uma ação em um determinado corpo sob equações diferenciais, atribuindo ao problema uma função específica, assunto mostrado no tópico anterior.

Porém, os efeitos gerados em cada ponto diferencial do corpo são analisados de maneira macroscópica, chegando ao problema de valor de contorno unidimensional.

2.1. Problema de Valor de Contorno Unidimensional

Um problema de valor de contorno unidimensional é encontrar a função que satisfaça a equação diferencial em um dado domínio, uma vez que se conheça a priori os valores do contorno do domínio. Esta descrição corresponde a formulação da maneira clássica do problema. Conhecendo os graus de liberdade do sistema regido pela equação diferencial, a solução pode ser obtida através de métodos numéricos, como por exemplo o das diferenciais finitas ou então por formulações variacionais como o do princípio dos trabalhos virtuais (PTV), muito utilizado em problemas estruturais (RIBEIRO, 2004). Estas formulações introduzem o conceito básico do MEF.

⁴ **Contínuo:** Conceito que permite a definição do ponto geométrico (de volume igual a zero), por um limite matemático tal como na definição de derivadas no cálculo infinitesimal (Ribeiro, 2004).

2.2 Graus de Liberdade

Graus de liberdade é o número mínimo de coordenadas independentes requeridas para determinar completamente a posição de todas as partes de um sistema a qualquer instante ou situação (RAO, 2008).

Para exemplificar, vejamos o pêndulo abaixo:

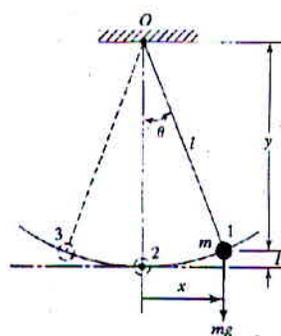


FIGURA 2.1: Pêndulo simples. Fonte: RAO, 2008.

O pêndulo simples demonstrado à cima é um sistema composto por apenas um grau de liberdade. Ou seja, seu movimento periódico pode ser definido através do ângulo θ , ou pelas coordenadas x e y (Eq. 2.1). A respeito das coordenadas x e y , aparentemente pode-se pensar que se trata de um sistema composto por dois graus de liberdade, mas isso não é verdade. Deve-se reconhecer que essas variáveis não são independentes, pois juntas elas obedecem a seguinte equação:

$$x^2 + y^2 = l^2 \quad (2.1)$$

Onde neste caso, l é dado pelo comprimento constante do pêndulo.

2.3. Sistemas Discretos e Contínuos

Um grande número de exemplos práticos pode ser descritos por um número finito de graus de liberdade, como é o exemplo do pêndulo simples descrito à cima. Porém, alguns sistemas em especial que envolvem sistemas elásticos contínuos, possuem um número infinito de graus de liberdade. É o exemplo de uma viga fletida:

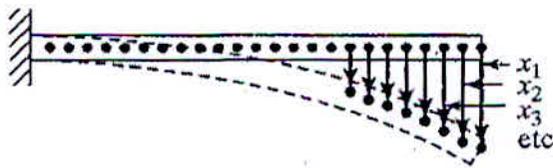


FIGURA 2.2: Viga fletida com infinitos pontos de deslocamento (x). Fonte: RAO, 2008.

Percebendo que a viga acima possui infinitos pontos de deslocamento elástico, visualmente percebemos que ela também possui um número infinito de graus de liberdade. Se juntar todos os pontos, encontraremos a curva de deflexão da viga. Com base nisto, diz-se que sistemas com um número finito de graus de liberdade são chamados de sistemas discretos, enquanto que um sistema constituído por um número infinito de graus de liberdade é chamado de sistemas contínuos.

Embora tratar componentes fletidos ou deformáveis como sistemas contínuos dê resultados exatos, este conceito nem sempre é de fácil aplicação. Os métodos mecânicos disponíveis hoje estão limitados a uma gama muito pequena de solução de problemas. Pode-se citar como exemplo, vigas, placas, barras e hastes. O princípio dos trabalhos virtuais, já citado anteriormente, cria uma alternativa para este tipo de problema.

2.4. Princípio dos Trabalhos Virtuais

Para compreendermos o que é o princípio dos trabalhos virtuais, ou como usualmente é chamado, PTV, consideraremos um corpo de massa uniformemente distribuída. Este corpo está sujeito a um conjunto de forças que lhe provocam uma

deformação. Lembrando que estamos tratando de elementos estáticos, quando a deformação encontra seu ponto de equilíbrio, a configuração do corpo é modificada por um conjunto de deslocamentos diferenciais de acordo com as condições da fronteira. Este é chamado de deslocamentos virtuais. Portanto, o princípio dos trabalhos virtuais estabelece que o trabalho realizado pelas tensões internas na deformação virtual do corpo é igual ao trabalho realizado pelas forças exteriores nos deslocamentos virtuais dos seus pontos de aplicação (AZEVEDO, 2003). Em outras palavras, podemos dizer que o somatório de diferenciais de trabalho interno ao corpo é igual ao trabalho externo às forças aplicadas. Abaixo é demonstrado (Fig. 2.1) uma situação onde um elemento de barra com comprimento igual a 2, é submetido a um deslocamento interno $u(x)$, proveniente de uma dada força. De acordo com o PTV, este pode ser analisado sob o aspecto de apenas dois nós, ou como será visto, elemento finito unidimensional:

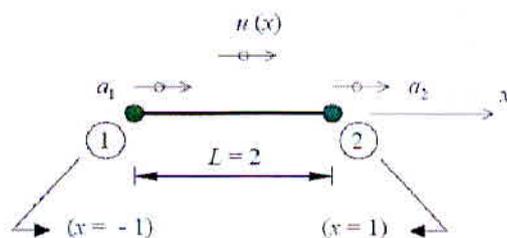


Figura 2.3: Barra unidimensional de dois nós, PTV. Fonte: AZEVEDO, 2003.

2.5. Breve Histórico - Método dos elementos finitos

Antes do aparecimento do MEF, a análise dos meios contínuos era efetuada por resolução direta dos sistemas de equações de derivadas parciais que regem o fenômeno, tendo em consideração as necessárias condições de fronteira. Para facilitar a aplicação desta técnica a problemas não elementares, era comum recorrer a séries de Fourier. Devido à sua complexidade, estes procedimentos só eram aplicáveis a meios contínuos homogêneos e de geometria simples. Para tentar ultrapassar algumas destas limitações, era freqüente a substituição de derivadas exata por derivadas aproximadas, calculadas com

base em grelhas de pontos. Da aplicação desta técnica resulta o método das diferenças finitas, que, antes do aparecimento dos computadores, apresentava o inconveniente de requerer a resolução de grandes sistemas de equações lineares. Para evitar este inconveniente foram propostos diversos métodos de relaxação baseados na sucessiva diminuição de um conjunto de resíduos. Devido à dificuldade associada à aplicação manual de qualquer um destes métodos, tornava-se muito atrativo a substituição do problema real por outro semelhante, de modo a se poder recorrer a resultados publicados em tabelas ou ábacos. Com o grande desenvolvimento que o MEF teve na década de 60 e com os recursos computacionais desenvolvendo-se cada vez mais, passou a ser prática corrente a análise de estruturas de geometria arbitrária, constituídas por múltiplos materiais e sujeitas a qualquer tipo de carregamento. Este avanço é tão significativo que os outros métodos, atrás referidos, deixaram praticamente de ser utilizados (AZEVEDO, 2003).

O MEF é referido por vários autores que a publicação mais antiga em que é utilizada a designação “elemento finito” é o artigo que data de 1960 e tem como autor Ray Clough. Anteriormente eram já conhecidas algumas técnicas que vieram a ser incorporadas no MEF, sem este aparecer ainda com as principais características que hoje em dia possui. Os grandes passos do desenvolvimento do MEF, que o conduziram ao formato que atualmente apresenta maior aceitação, foram dados na década de 60 e início da de 70. Inicialmente os elementos finitos mais comuns eram os triangulares e os tetraédricos, passando-se mais tarde a dar preferência aos quadriláteros e aos hexaedros (AZEVEDO, 2003).

Ao contrário de outros métodos que eram utilizados no passado, o MEF só tem utilidade prática se dispuser de um computador digital. Este requisito é devido à grande quantidade de cálculos que é necessário realizar, nomeadamente na resolução de grandes sistemas de equações lineares. Assim se compreende que o rápido desenvolvimento do MEF tenha praticamente coincidido com a generalização da utilização de computadores nos centros de investigação. Com a proliferação de micro-computadores ocorrida no final da década de 80 e na década de 90, o MEF chega finalmente às mãos da generalidade dos projetistas de estruturas (AZEVEDO, 2003).

2.6. Fundamentos do método dos elementos finitos

Como já foi possível perceber, a existência do método dos elementos finitos requer também a existência de uma equação integral sobre um domínio complexo de domínio V (AZEVEDO, 2003), por um somatório de integrais constituídas de subdomínios de V .

$$\int_V f dV = \sum_{i=1}^n \int_{V_i} f dV \quad (2.2)$$

Neste aspecto, realizando o limite nos conjuntos citados em (2.2), temos que:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (2.3)$$

Uma vez que a equação (2.3) possua a variável n tendendo a infinito, conseqüentemente a igualdade se torna verdadeira. Esta condição atribuída a equação (2.2), podemos realizar o somatório atribuído ao segundo membro para que se encontre o domínio da integral do primeiro membro, estendida à toda sua extensão. Dessa forma, podemos dizer que cada subdomínio de elemento V_i corresponde a um elemento finito de geometria simples. A condição de volume demonstrada à cima também pode ser aplicada em áreas, caso a estrutura em análise esteja contida em um plano, por exemplo.

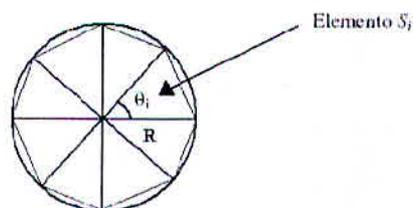


FIGURA 2.4: Esquema da aproximação da área de um círculo. Fonte: Próprio autor, 2011.

Do exemplo acima (FIG. 2.4) podemos retirar o seguinte exemplo:

- Área do triângulo: $S_i = \frac{1}{2} \times R^2 \times \text{sen } \theta_i$
- Portanto, área do círculo: $S = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \times R^2 \times \text{sen } \theta_i$
- Assim, temos: $S = \pi \times R^2 \Leftrightarrow n \rightarrow \infty$
- Então, n corresponde ao número de elementos finitos.

Com todas as informações descritas acima neste tópico, pode-se compreender o que vem a ser o método dos elementos finitos. Trata-se de um método em que a estrutura a analisar é dividida por linhas ou superfícies imaginárias resolvendo o problema do contorno unidimensional, num número discreto de elementos, denominados elementos finitos (AZEVEDO, 2003). Admite-se que estes elementos se encontram ligados num número discreto de pontos, situados nas respectivas fronteiras. Estes pontos são chamados de pontos nodais e são utilizados para que o princípio dos trabalhos virtuais seja colocado em prática (RIBEIRO, 2004).

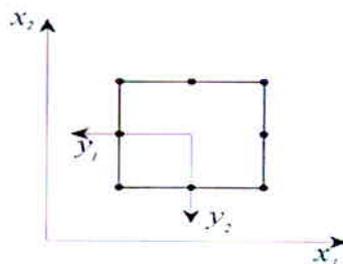


FIGURA 2.5: Elementos finitos bidimensionais, com 8 pontos nodais em suas fronteiras. Fonte: AZEVEDO, 2003.

A aproximação fundamental do M.E.F. consiste em admitir que o vetor de deslocamentos num ponto qualquer de um elemento finito, pode ser obtido a partir dos deslocamentos dos pontos nas fronteiras, os pontos nodais. O fundamento principal do cálculo é descobrir a matriz de rigidez do sistema e um vetor de forças em toda estrutura, sempre relativo a massa dos componentes. No caso de problemas em que se adote a hipótese de materiais com comportamento não linear, as equações da análise estrutural

passam a constituir um sistema de equações algébricas não lineares em que a matriz de rigidez global da estrutura depende dos deslocamentos (AZEVEDO, 2003).

Os resultados das formulações clássicas do M.E.F. podem ser de três tipos:

- Em função dos deslocamentos;

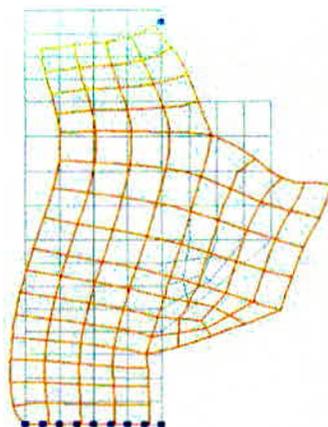


FIGURA 2.6: Console deformada devido a ação de excitações externas. Fonte: AZEVEDO, 2003.

- Em função das tensões;

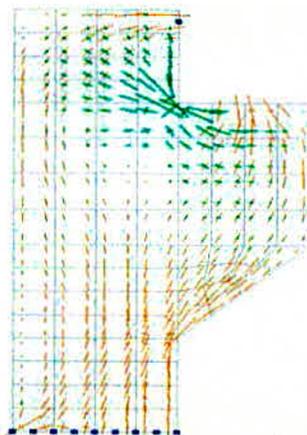


FIGURA 2.7: Concentração de tensões no do console. Fonte: AZEVEDO, 2003.

- E em função da razão das duas grandezas: Deslocamentos/ tensões;

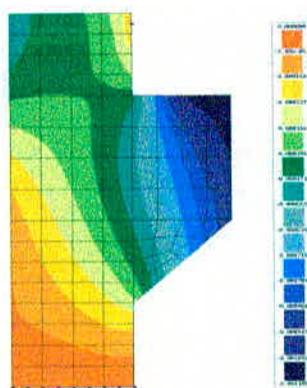


FIGURA 2.8: Correlação entre tensões e deformações na malha do console. Fonte: AZEVEDO, 2003.

As imagens acima (FIG. 2.6; 2.7 e 2.8) foram realizadas em software Mesh. De acordo com a explanação realizada, é possível perceber o quão complicado é realizar este método numérico manualmente. Seria necessário uma série de demonstrações matriciais, na qual não coube a grade do curso de Engenharia Mecânica executá-lo.

Porém já foi percebido que apesar de não demonstrado matematicamente, é um assunto extremamente importante na engenharia para o desenvolvimento tecnológico e cálculos estruturais complexos. Por isso foram desenvolvidos juntamente com o avanço computacional diversos softwares de modelamento que realizam cálculos de maneira precisa utilizando o M.E.F. (AZEVEDO, 2003), estes softwares são conhecidos como CAE⁵. Porém, para que seja realizado o cálculo em CAE, primeiramente precisa-se modelar o elemento em outro tipo de software, conhecido como CAD⁶. Normalmente, é possível obter estes softwares em um pacote. A respeito disso, o software CAD que será utilizado neste trabalho para esta demonstração será o *SolidWorks* (*SolidWorks*

⁵ **CAE - Computer Aided Engineering:** (Engenharia Auxiliada por Computador), sistema para cálculos de engenharia em projetos elaborados via CAD.

⁶ **CAD - Computer Aided Design:** (Desenho Auxiliado por Computador), nome genérico de sistemas computacionais utilizados pela engenharia, geologia, arquitetura e design para facilitar o projeto e desenho técnicos.

Corporation, EUA) e para a realização dos cálculos será utilizado um software CAE da mesma companhia, CosmosWorks (SolidWorks Corporation, EUA).

2.7. M.E.F. e o software CAE

Sabe-se que o objetivo deste trabalho não é falar sobre o método dos elementos finitos demonstrando-o matematicamente, mas sim sua ação em softwares de engenharia. Com base nisso, tem-se o CosmosWorks.

O CosmosWorks (SolidWorks Corporation, EUA) é uma ferramenta de cálculo baseada na técnica numérica que aqui se desenvolve, Elementos Finitos. CosmosWorks pertence a família de softwares da empresa SRAC, criada em 1982, onde hoje integra a SolidWorks Corporation.

A respeito do SolidWorks, este é um sistema CAD 3D paramétrico, baseado em recursos e sólidos e desenvolvido para o sistema operacional Windows. O CosmosWorks também foi desenvolvido especificamente para o sistema operacional Windows e é por isso que se torna possível a total integração entre os dois programas.

O Cosmos (como é conhecido por seus usuários) é disponibilizado em diferentes pacotes de análise sendo cada uma delas projetadas para atender as diferentes necessidades de cada usuário. Neste trabalho, será falado a respeito de um de seus pacotes chamado CosmosWorks Designer, utilizado para análises estáticas de peças e montagens.

Como já se sabe, o M.E.F. é uma ferramenta numérica utilizada para se resolver problemas de campo contidos por equações diferenciais parciais (AZEVEDO, 2003). Na engenharia mecânica, esta ferramenta é comumente utilizada para resolver problemas térmicos, de vibrações ou os serão tratados aqui, esforços estáticos.

Softwares de M.E.F. não são os únicos utilizados para cálculos por métodos numéricos. Outros métodos numéricos são utilizados na engenharia como o métodos das diferenciais finitas, método dos elementos de contorno ou método de volumes finitos. Mas com a evolução computacional ao longo dos anos e fusão desses métodos, tornou-se convencional a utilização do M.E.F. pela possibilidade do uso de qualquer forma e otimização do projeto após o cálculo.

Independente do tipo da complexidade do projeto que será realizado ou do campo de aplicação, as etapas que devem ser cumpridas para realização do cálculo de um projeto são as mesmas. Sendo assim, o ponto de partida para qualquer análise é o modelo geométrico. Este é construído através da ferramenta CAD e logo após sua conclusão é que se inicia o cálculo em ferramenta CAE, ou seja, CosmosWorks.

2.7.1. Construção do modelo matemático

Como dito anteriormente, a análise em CosmosWorks inicia-se após o construção do modelo geométrico em SolidWorks. Esta geometria necessita aceitar a criação de malha. A malha é gerada pela divisão da geometria em entidades relativamente pequenas e de formas simples, chamadas de elementos finitos. Os elementos são chamados de finitos justamente para enfatizar de que o mesmos não são infinitamente pequenos mas possuem tamanho muito inferior ao tamanho global do modelo.

Geralmente pode acontecer de um erro ocorrer no processo de execução da malha e para sanar este problema devem-se realizar modificações geométricas no modelo em CAD. Podendo ser a remoção de recursos que não adicionem nenhuma característica mecânica e sim estética ou de trabalho, como por exemplo, chanfros e raios externos. Uma idealização seria uma prática mais agressiva ao modelo, onde um corpo sólido seria representado por paredes finas com superfícies. Agora, uma vez que os recursos utilizados representam uma qualidade desejável ao resultado final do modelo, pode-se realizar uma limpeza geral do arquivo como remoção de elementos duplicados ou entidades desnecessárias. Todas essas modificações devem ser realizadas criteriosamente e sempre obedecendo as condições de detalhamento, fabricação, uso e manutenção do modelo. O conhecimento do processo de fabricação é primordial neste momento (FIALHO, 2008).

Após a geração de uma geometria que atenda a criação da malha, é definido as propriedades do material, restrições e aplicações de força. Estas definições completam a criação do modelo matemático, mas deve-se lembrar que esta ação ainda não é específica do M.E.F., pois a malha ainda não foi gerada e sim os subsídios para uma criação perfeita da mesma.

Independente do tipo da complexidade do projeto que será realizado ou do campo de aplicação, as etapas que devem ser cumpridas para realização do cálculo de um projeto são as mesmas. Sendo assim, o ponto de partida para qualquer análise é o modelo geométrico. Este é construído através da ferramenta CAD e logo após sua conclusão é que se inicia o cálculo em ferramenta CAE, ou seja, CosmosWorks.

2.7.1. Construção do modelo matemático

Como dito anteriormente, a análise em CosmosWorks inicia-se após o construção do modelo geométrico em SolidWorks. Esta geometria necessita aceitar a criação de malha. A malha é gerada pela divisão da geometria em entidades relativamente pequenas e de formas simples, chamadas de elementos finitos. Os elementos são chamados de finitos justamente para enfatizar de que o mesmos não são infinitamente pequenos mas possuem tamanho muito inferior ao tamanho global do modelo.

Geralmente pode acontecer de um erro ocorrer no processo de execução da malha e para sanar este problema devem-se realizar modificações geométricas no modelo em CAD. Podendo ser a remoção de recursos que não adicionem nenhuma característica mecânica e sim estética ou de trabalho, como por exemplo, chanfros e raios externos. Uma idealização seria uma prática mais agressiva ao modelo, onde um corpo sólido seria representado por paredes finas com superfícies. Agora, uma vez que os recursos utilizados representam uma qualidade desejável ao resultado final do modelo, pode-se realizar uma limpeza geral do arquivo como remoção de elementos duplicados ou entidades desnecessárias. Todas essas modificações devem ser realizadas criteriosamente e sempre obedecendo as condições de detalhamento, fabricação, uso e manutenção do modelo. O conhecimento do processo de fabricação é primordial neste momento (FIALHO, 2008).

Após a geração de uma geometria que atenda a criação da malha, é definido as propriedades do material, restrições e aplicações de força. Estas definições completam a criação do modelo matemático, mas deve-se lembrar que esta ação ainda não é específica do M.E.F., pois a malha ainda não foi gerada e sim os subsídios para uma criação perfeita da mesma.

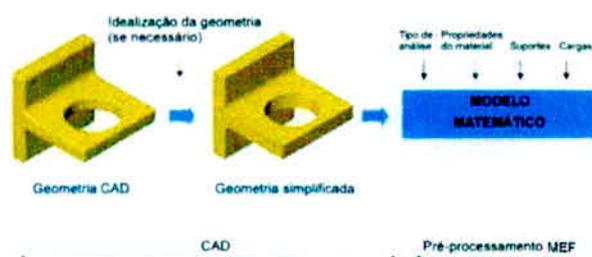


FIGURA 2.9: Esquema de construção do modelo matemático. Fonte: FIALHO, 2008.

2.7.2. Construção do modelo em elementos finitos

Para dividir o elemento em elementos finitos, ou como já foi dito, discretizar o modelo, é realizada a geração da malha. Esta discretização se manifesta visualmente no software.



FIGURA 2.10: Resultados do modelo matemático em elementos finitos. Fonte: FIALHO, 2008.

2.7.3. Análise dos resultados

Análise dos resultados pode-se dizer ser a parte mais difícil durante o processo. A análise produz resultados muito detalhados que podem ser detalhados em diversos formatos. Para uma interpretação correta dos termos é necessário que se leve em conta todas as suposições, simplificações e erros apresentados nas primeiras etapas apresentadas:

construção do modelo geométrico, concepção do modelo matemático e resultados em elementos finitos (FIALHO, 2008).

Os graus de liberdade de um elemento definem a capacidade do nó executar translações ou rotações. Sendo o modelo um sólido, ou seja, provido de volume, considera-se a existência de três graus de liberdade. Ou seja, cada elemento provido de movimentos translacionais nos eixos durante o processo de cálculo do esforço, definirá a deformação resultante do modelo (FIALHO, 2008).

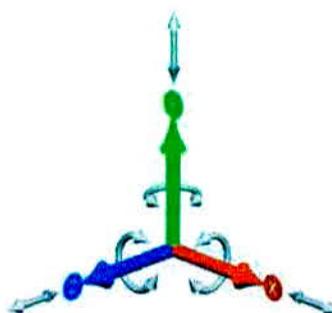


FIGURA 2.11: Graus de liberdade nos eixos com os seus possíveis movimentos de rotação ou translação. Fonte: FIALHO, 2008.

Assim, considerando os graus de liberdade de cada elemento finito de um nó e correlacionando com o princípio dos trabalhos virtuais, é possível descobrir tensões e deformações de um determinado modelo.

Para conduzir um projeto que atenda limites de tensões admissíveis, é importante também dominar os mecanismos potenciais de falha. Ou seja, se uma determinada peça rompe, devem-se obter critérios e análise para identificar qual foi a tensão que gerou tal falha. O assunto tratado no primeiro tópico a respeito da resistência dos materiais e seus limites de tensões é primordial neste momento.

Diversos livros da área de mecânica de materiais tratam sobre esse assunto. Aqui será limitado a discussão em cima da Tensão de Von Mises.

2.7.4. Teoria da Tensão de Von Mises

A teoria da tensão de Von Mises, ou tensão de Huber, implica que os esforços ocorrentes em um determinado modelo devem respeitar o limite de escoamento do material empregado de maneira a considerar toda a energia gerada internamente ao modelo. Desta forma consegue-se encontrar não só a tensão máxima admissível devido a um determinado esforço, como também o ponto crítico de ruptura (FIALHO, 2008).

A tensão de Von Mises leva em conta seis componentes do estado geral de tensões 3D. Ou seja, em cada eixo dos graus de liberdade, teremos uma tensão normal e duas cisalhantes. Podemos imaginá-las como atuando em cada lado de um cubo elementar:

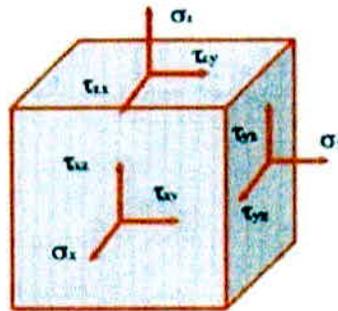


FIGURA 2.12: Componentes do estado geral de tensões 3D. Fonte: FIALHO, 2008.

É possível reparar que existem igualdades nas tensões cisalhantes:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}; \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad (2.4)$$

Considerando a igualdade (2.4), a equação da tensão de Von Mises pode ser definida pelo seguinte sistema de coordenadas globais:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{0,5 \times [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3 \times (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (2.5)$$

A partir da equação (2.5), pode-se perceber que a tensão de Von Mises é um valor de tensão não negativo, comprovando que a tensão equivalente encontrada é

correlacionada a energia interna descrita em um determinado material e não somente a ação do vetor esforço simplesmente. Materiais elastoplásticos, como o aço, são muito bem descritos pela teoria de Von Mises. Este conceito garante nos dias de hoje o uso freqüente da teoria aos cálculos de estruturas estáticas. Para a tensão de Von Mises, o coeficiente de segurança final é calculado pela razão entre a tensão máxima encontrada e o limite de escoamento do material (FIALHO, 2008).

2.7.5. Erros no M.E.F.

Os erros que aparecem durante o processo de cálculo no software são inevitáveis. A formulação geométrica introduz erros de modelagem, conhecidos como erros de idealização, a discretização produz erros de aproximação, como já dito anteriormente e por último o cálculo propriamente dito produz erros nos resultados. Mas é válido ressaltar que destes três tipos de erros, apenas o de discretização é específico do M.E.F. Pois os erros de modelagem podem ser controlados utilizando técnicas corretas enquanto que os erros de cálculo, além de possuírem pequenas incidências, também podem ser controlados através dos coeficientes de segurança (FIALHO, 2008).

Com a intenção de se aproveitar o máximo que o software tem a oferecer devemos trabalhar dentro das suas limitações. Para o CosmosWorks Designer, três aspectos devem ser analisados com atenção. São eles:

- O material é linear;
- As deformações são pequenas;
- As cargas são estáticas;

Estes pressupostos são comuns aos softwares de cálculo utilizados como ferramentas de desenho. Para análises que partem do pressuposto de que os materiais são não lineares ou então que são cargas dinâmicas, utiliza-se o CosmosWorks Professional, que exige bem mais de conhecimentos específicos e não será tratado neste trabalho. A respeito do problema de materiais lineares, este é regido pelo seguinte gráfico:



FIGURA 2.13: Gráfico comparativo de materiais lineares e não-lineares. Fonte: FIALHO, 2008.

Por tanto, em um modelo de material linear a magnitude da tensão suportada não é limitada pela tensão de escoamento ou a de ruptura como ocorre na vida real. Ou seja, o escoamento do material não é modelado. Por tanto, para análise de estruturas estáticas, deve-se ter a consciência de que as estruturas devem estar sujeita a tensões abaixo do limite de escoamento e com fatores de segurança adequados. E o escoamento do material só pode ser percebido por aquele que perceba os níveis de tensões relatados no resultado, ou seja, que tenha domínio no assunto.

Pelo fato do modelamento do material ser linear, existem influencias deste no cálculo de deformação, ou seja, grandes deformações também não poderão ser dispostas na estrutura pelo mesmo problema relatado acima, apesar do CosmosWorks Designer possuir algumas ferramentas para grandes deslocamentos mas que não serão tratadas neste trabalho (FIALHO, 2008).



FIGURA 2.14: Pequenas e grandes deformações. Fonte: FIALHO, 2008.

Porém, para o trabalho que aqui está sendo tratado, percebe-se que a magnitude da deformação do material não é um fator decisivo para os cálculos. Pois para estruturas estáticas, pressupõem-se que o coeficiente de rigidez do material permanecerá inalterado, o que de maneira geral já restringe a estrutura estar sujeita simplesmente a pequenas deformações (FIALHO, 2008).

As cargas estáticas por sua vez, assim com também as restrições que formam o conjunto de ações e reações, não podem ser alteradas de acordo com o tempo. Esta limitação pressupõem-se que a carga é aplicada de maneira lenta para desconsideração de seu efeito inercial. Apesar de toda carga ser variável ao longo do tempo, a maioria das mesmas aplicadas em estruturas podem ser consideradas estáticas com um nível aceitável de segurança. Ou seja, cargas de gravidade, forças centrípetas, pressão, entre outras, normalmente não sofrem mudanças rápidas em estruturas estáticas. Este aspecto deveria ser considerado em casos como quedas, vibrações ou impactos que ocorrem repentinamente, sendo necessário assim a utilização de softwares mais complexos, como por exemplo, CosmosWorks Professional (FIALHO, 2008).

3 CONDICIONANTES DE UM PROJETO ESTRUTURAL

Basicamente, sabe-se que para projetar deve-se identificar, formular e solucionar um problema. Para realizar um bom desenvolvimento em um setor de projetos, o funcionário ou estagiário deve aprender a lidar com dois aspectos de trabalho: análise e síntese. A análise visa envolver um sistema físico real, como uma especificação de projeto, em componentes mais simples para que possamos aprofundar ao assunto. Assim quando se tem o sistema fracionado em subsistemas, fica mais fácil estudar cada uma das partes para que mais tarde possam ser reunidas as propostas de solução em uma síntese conclusiva (BAZZO, 2006).

Projeto é um plano de execução, um planejamento para se alcançar objetivos dentro de metas de orçamento e tempo, em outras palavras, um conjunto de atividades que precede a execução de um produto. Um fator importante na execução de projetos é que a maior fonte de pesquisa e gasto de matéria prima provém simplesmente do conhecimento e

experiência profissional. Por ser um processo iterativo, muitas vezes os erros cometidos são excelentes fontes de dados para trabalhos futuros. Em projetos mecânicos, por exemplo, experiências práticas, vivência de fabricação, problemas em manutenção e o próprio tempo de atuação no mercado são bagagens de conhecimento que muitas vezes se torna o diferencial de um projetista concorrendo uma vaga no mercado de trabalho. Portanto, um setor de projeto é composto de profissionais responsáveis e experientes naquilo em que estão desenvolvendo (BAZZO, 2006).

Diversas fases compõem um projeto e cada uma delas é vital para o alcance do sucesso. Ela sempre parte de informações gerais, aquelas que tanto engenheiros quanto leigos conhecem sobre o assunto. Identificado o problema sob o ponto de vista das informações gerais, a equipe de engenheiros e projetistas passa a transformá-las nas especificações técnicas em que se enquadram (BAZZO, 2006). Assim começa a nascer um projeto.

3.1. Normas para cálculo de estruturas

O cálculo de estruturas possui um histórico bastante extenso ao longo dos anos. Este histórico permitiu a sociedade ganhar experiências na realização dessas e maneiras de padronizar alguns de seus aspectos de modo que produza uma maior confiabilidade de execução. Assim, foram criadas algumas normas para regerem seu processo de criação. Destas, três serão citadas aqui, para que possa entender seus objetivos.

3.1.1. Ações e Segurança nas Estruturas – NBR 8681/2003

Esta norma fixa os requisitos exigíveis na verificação da segurança das estruturas usuais de construções e estabelece as definições e os critérios de quantificação das ações e das resistências a serem consideradas no projeto das estruturas de edificações, quaisquer que sejam sua classe e destino, salvo os casos previstos em Normas Brasileiras específicas.

Os critérios de verificação da segurança e os de quantificação das ações adotados nesta norma são aplicáveis às estruturas e às peças estruturais construídas com quaisquer dos materiais usualmente empregados na construção civil e mecânica.

3.1.2. Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de edifícios – NBR 8800/2007

Esta norma define os princípios gerais que regem o projeto à temperatura ambiente das estruturas de aço e das estruturas mistas de aço e concreto de edificações, incluindo passarelas de pedestres e suportes de equipamentos.

Com base no método dos estados limites, estabelece os requisitos básicos que devem ser obedecidos no projeto à temperatura ambiente de estruturas de aço, material no qual se trata este trabalho:

- Os perfis de aço sejam laminados ou soldados, ou de seção tubular com ou sem costura;
- As ligações sejam executadas com parafusos ou soldas;
- Os perfis de seção tubular podem ter forma circular ou retangular (a forma quadrada é considerada um caso particular da forma retangular);

3.1.3. Forças Devido ao Vento em edificações – NBR 6123/1988

Esta norma fixa as condições exigíveis na consideração das forças devidas à ação estática e dinâmica do vento, para efeitos de cálculo de edificações.

A norma não se aplica em edificações de formas e dimensões ou localização fora do comum, casos estes em que estudos especiais devem ser feitos para determinar as forças atuantes do vento e seus efeitos. Resultados experimentais obtidos em túnel de vento, com simulação das principais características do vento natural, podem ser usados em substituição do recurso aos coeficientes constantes nesta norma. Este aspecto demonstra o quanto é

importante utilizar de critérios de análise técnica para perceber que existem casos específicos que nem mesmo normas de segurança podem atender.

Como já foi dito, não são apenas estas normas que atendem um cálculo estrutural bem executado. Porém, para demonstração dos cálculos que viram em seguida, serão utilizadas estas para exemplificação do quão importante é o conhecimento técnico na execução de softwares CAE sob cálculo de elementos finitos. Estruturas em que o aspecto não foi prescrito nas normas acima e na ausência de uma norma brasileira aplicável, devem ser executadas de acordo com o AISC 303.

Para ilustrar a extensa quantidade de normas existentes para diversos tipos de casos de aplicação estrutural, abaixo serão listadas algumas:

- **NBR 5884/2005:** Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico – Requisitos;
- **NBR 6120/1980:** Cargas para o cálculo de estruturas de edificações;
- **NBR 6648/1984:** Chapas grossas de aço-carbono para uso estrutural;
- **NBR 7007/2002:** Aços-carbono e microligados para uso estrutural e geral;
- **NBR 8261/1983:** Perfil tubular, de aço-carbono, formado a frio, com e sem costura, de seção circular, quadrada ou retangular para usos estruturais;
- **NBR 14323/1999:** Dimensionamento de estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio – Procedimento;
- **NBR 14762/2001:** Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio – Procedimento;
- **NBR 15421/2006:** Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento;

4 PROJETANDO UM MODELO EXPERIMENTAL

Para que se defina um modelo experimental para análise sob o MEF, é necessário obter o elemento de pesquisa. Utilizar-se-á uma estrutura suporte em aço com 3 níveis e contraventada (FIG. 4.1; vide ANEXO A). Definido o elemento, este é desenhado em um software gráfico específico, como já foi citado, será utilizado o SolidWorks (SolidWorks Corporation, EUA). O dimensional básico do elemento poderá variar de acordo com as

características e necessidades utilitárias da mesma. Porém, para efeito de cálculos será definido algumas condicionantes ao longo deste trabalho, afim de mostrar o quão importante um profissional saber os critérios e ferramentas de projeto.

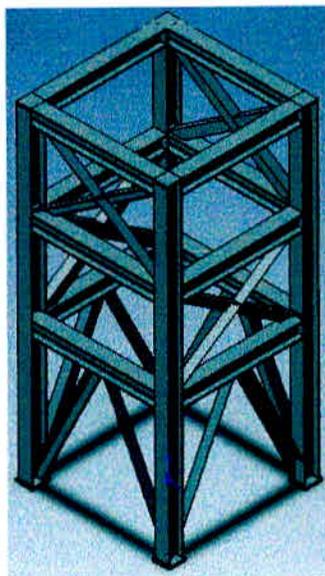


FIGURA 4.1: Estrutura com 3 níveis e contraventada.
Fonte: Próprio autor, 2011.

4.1. Propriedades do material utilizado

Após a definição do modelo a ser estudado, deve-se definir o material do elemento, ou seja, suas propriedades mecânicas. Esta etapa é importante realizar com bastante critério, pois a definição do material irá influenciar diretamente nos resultados dos esforços.

A característica de fundamental importância é o comportamento dos materiais quando sujeitos a um esforço externo. Nestas situações, diversos fatores podem ocorrer: regimes elásticos (quando o material sofre deformação, mas retorna totalmente ao seu estado inicial), regimes plásticos (quando o material sofre deformação e não retorna ao seu estado inicial) e regimes elasto-plásticos (quando o material retorna parcialmente ao seu estado inicial) (CHIAVERINI, 1986).

Além destas propriedades de elasticidade, os materiais também podem ser classificados como isotrópicos, anisotrópicos ou ortotrópicos (CHIAVERINI, 1986), como já foi dito. Para efeito desta pesquisa, consideraremos que o material é isotrópico. Esta homogeneidade define equivalência das propriedades mecânicas e atende as limitação do CosmosWorks Designer.

Para o objeto de estudo, será considerado um material isotrópico, trabalhado em seu regime elástico. O material utilizado será o aço estrutural, AISI-1020 e a Tabela 1 abaixo, representa as características de interesse para este trabalho:

DESCRIÇÃO: MATERIAL AISI 1020	VALOR	UNIDADES
MÓDULO ELÁSTICO	2,0000E+11	N/m ²
TAXA DE POISSON	0,2900	NA
MÓDULO DE CISALHAMENTO	7,7000E+10	N/m ²
DENSIDADE DA MASSA	7900	Kg/m ³
RESISTÊNCIA DE TRAÇÃO/ COMPRESSÃO	420507008	N/m ²
LIMITE DE RESISTÊNCIA	351571008	N/m ²
COEFICIENTE DE EXPANSÃO TÉRMICA	1,4999E-05	/Kelvin
CONDUTIVIDADE TÉRMICA	47	W/(m.K)
CALOR ESPECÍFICO	420	J/(kg.K)

FIGURA 4.2: Características do material AISI-1020.
Fonte: Biblioteca do CosmosWorks Designer, 2007.

Se a estrutura for constituinte de mais de um tipo de material, estes devem ser também especificados conforme descrição da tabela acima. Desta maneira, os limites de tensão e deslocamento na fase de análise, serão diferenciados de material para material. Ressalta-se, que este não é o caso do estudo desenvolvido neste trabalho.

4.2. Aplicação direta dos esforços

Para comparar resultados, primeiramente será considerado um cálculo direto de estrutura relacionando a um fator de segurança nominal de 1,5. Isto será feito para visualização do quão importante é conhecer o processo de calculo correto de uma estrutura sob esforços estáticos e não só apenas saber aplicar o software de maneira intuitiva.

As cargas estarão engastadas a partir da base da estrutura, conforme mostrado abaixo:

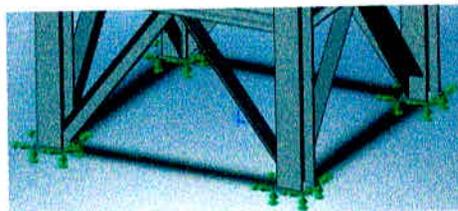


FIGURA 4.3: Engaste na base da estrutura estática. Fonte: Próprio autor, 2011.

Os três níveis, por sua vez, estarão submetidos a esforços de pressão iguais, porém máximos, a fim de se atingir o nível de segurança dito acima. Só saberemos o valor real destes esforços após a simulação em elementos finitos.

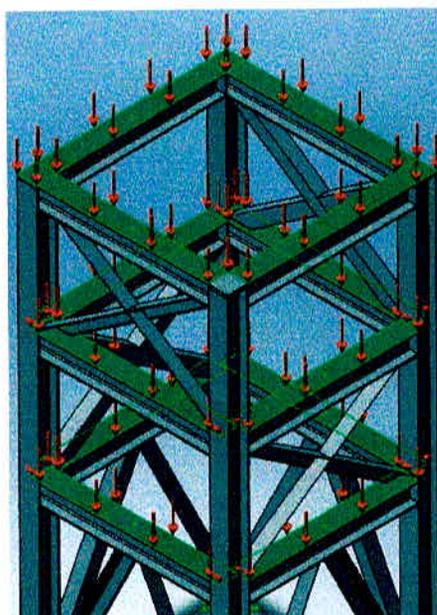


FIGURA 4.4: Esforços de pressão estática aplicados nos níveis da estrutura. Fonte: Próprio autor, 2011.

Após estas atribuições, pode-se realizar a malha sólida do elemento. A malha será gerada apenas com os parâmetros pré-definidos do programa, sem entrar no ambiente de opções avançadas. Para a geração da malha, o software CosmosWorks Designer oferece uma alternativa de tamanho para o elemento global, com base no volume do modelo e na área da superfície, neste caso, 58,4964 mm. O software também oferece um coeficiente de

tolerância de variação do elemento global, dado de aproximadamente 5% do mesmo, ou seja, 2,92482mm. Podendo assim, ser gerada uma malha:

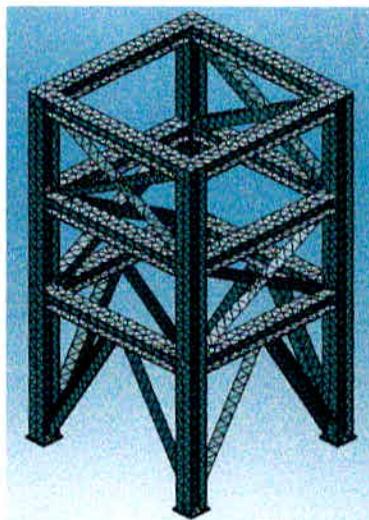


FIGURA 4.5: Malha da estrutura. Fonte: Próprio autor, 2011.

O tipo de cálculo que será utilizado é da tensão de Von Mises. Tendo assim:

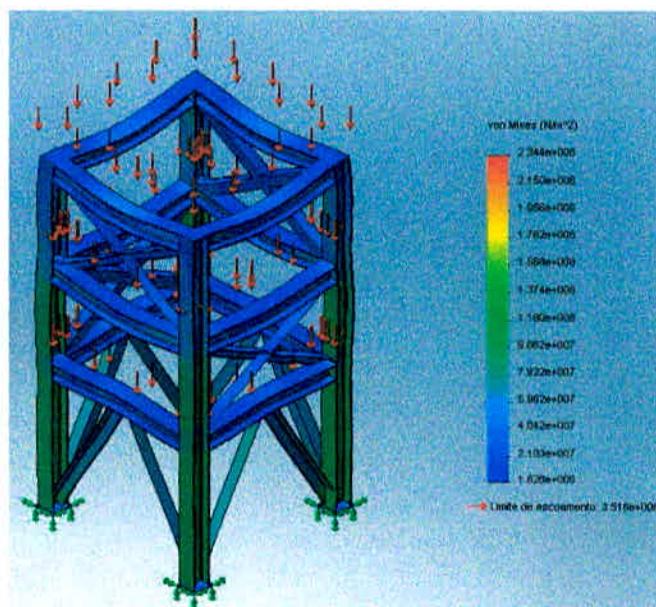


FIGURA 4.6: Aplicação direta da Tensão de Von Mises na estrutura. Fonte: Próprio autor, 2011.

Conhecendo a ação da tensão de Von mises, pelo gráfico podemos perceber que o ponto crítico da estrutura calculado sob aspecto das tensões é de $2,344 \times 10^8 \frac{N}{m^2}$, enquanto que o limite de escoamento é de $3,516 \times 10^8 \frac{N}{m^2}$. Por tanto, realizando a divisão entre os termos temos o coeficiente de segurança (CS). Veja:

$$CS = \frac{3,515 \times 10^8}{2,344 \times 10^8} = 1,5 \quad (4.1)$$

Por tanto, pode-se concluir que cada nível suporta, segundo os cálculos acima uma tensão normal (FIG. 4.4) de $1,2643 \times 10^6 \frac{N}{m^2}$. Agora, realizaremos os cálculos com considerações de projeto e interpretações dentro das limitações do CosmosWorks Designer para comparativo dos resultados.

4.3. Aplicação dos esforços à partir de considerações de projeto

Sabe-se que para o cálculo de uma estrutura é necessário não só o conhecimento das ferramentas puras dos softwares de cálculo, mas também conhecer suas características matemáticas e ainda mais, as propriedades mecânicas e situações no qual o projeto está exposto. Com base neste, a seguir serão consideradas diversas peculiaridades do processo no qual a estrutura estaria enquadrada que apesar de fictício, servem de parâmetros de cálculo e são considerações importantes para a realidade de um esforço que pode ser aplicado na mesma.

4.3.1. Ação do vento

Em primeiro aspecto, a estrutura estará localizada em uma área livre em Varginha, rugosidade do local: 04 (vide norma NBR 6123/1988) e terreno plano. Com essas

informações e mais o conhecimento nas devidas normas, é possível assim calcular a velocidade do vento e a pressão que a mesma exerceria na estrutura. Veja:

Cidade de Varginha:

Velocidade Básica do Vento: **35 m/s**

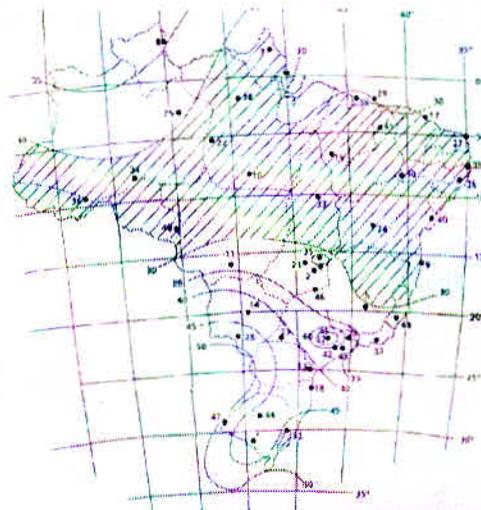


FIGURA 4.7: Gráfico de Isopletas. Fonte: Norma NBR 6123/1988.

Fator topográfico S1:

Considerando o terreno plano; **S1: 1,0**

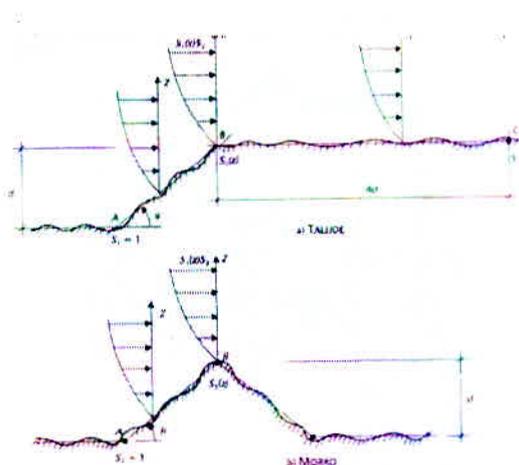


FIGURA 4.8: Fator topográfico. Fonte: Norma NBR 6123/1988.

Fator de Rugosidade S2:Rugosidade do local: **IV**Classe: **A**

$$S2 = 0,86 \times 1,0 \times \left(\frac{3}{10}\right)^{0,12} = 0,744$$

S2: 0,74**Fator Estatístico S3:**A edificação com baixo fator de ocupação, **S3: 0,95****Por tanto:**

$$V_k = V_0 \times S1 \times S2 \times S3 = 35 \times 1 \times 0,74 \times 0,95 = 24,6 \text{ m/s}$$

$$q_{\text{vento}} = 0,613 \times V_k^2 = 0,613 \times 24,6^2 \cong 370 \text{ N/m}^2$$

Tendo a força horizontal do vento a mesma poderá ser aplicada como componente de esforço na estrutura, mostrando que não só a carga, como também ações externas são consideradas para um devido cálculo estrutural. É válido ressaltar que toda a ação do vento calculada, seguem parâmetros da norma NBR 6123/1988, porém esta norma trata-se de diversas situações em que a ação do vento pode atuar em galpões e edifícios industriais, como no nosso caso se trata de uma estrutura totalmente permeável e de áreas laterais relativamente pequenas, o projetista tomou por bem utilizar a ação do vento diretamente, em ambos os eixos, a fim de encontrar seu ponto máximo de ação na estrutura.

É perceptível em diversas etapas do processo que não é possível definir por norma todas as peculiaridades de um projeto. Assim sendo, o projetista em questão pode tomar como base os casos críticos (majorados), ou então considerar experiências e histórico profissional anteriores.

4.3.2. Combinações de ações e coeficientes de segurança implícitos

Um determinado tipo de esforço não pode ser simplesmente considerado a partir da tensão última do material utilizado. Dependendo do tipo de aplicação da estrutura, o

mesmo deve ser majorado ou minorado. De acordo com o desenvolvimento dos cálculos, é notoriamente perceptível que o fato de você saber dimensões geométricas e propriedades mecânicas do material utilizado não garante uma análise confiável de seu limite de esforço. O tipo de esforço e ambiente onde a mesma está localizada também é extremamente importante.

Assim sendo, as combinações de esforços devem ser calculadas. Para isso utilizar-se-á a norma NBR8800/2007 e NBR8681/2003. Esta tratará de ações para estados limites últimos. Mas devemos lembrar que o esforço total em que a viga irá suportar, deverá ser uma variável, para que quando o esforço for encontrado pelo software CosmosWorks Designer, possa ser majorado ou minorado. Calculando as cargas permanentes consideraremos três esforços basicamente, tensão máxima devido a ação do vento e da carga e do peso próprio do perfil.

O peso próprio do perfil será calculado em dois casos que julga-se críticos, o primeiro deles será nos perfis que sustentam as cargas (perfis horizontais) e por tanto será importante apenas a carga dos mesmos. O segundo caso será nos 4 pés da estrutura, onde concentram o peso total da estrutura. Eis a fórmula:

$$Sd = \sum (\gamma_g \times G) + \gamma_q \times Q \quad (4.2)$$

Onde:

γ_g = Coeficiente de majoração de ação permanente;

G = Ação permanente (carga e peso próprio da estrutura);

γ_q = Coeficiente de majoração de ação variável;

Q = Ação Variável (vento);

Lembrando que todos os coeficientes de majoração são encontrados em tabela na norma NBR8800/2007 e NBR8681/2003. Assim sendo, será considerado para a carga um coeficiente normal de grande variabilidade, para o peso próprio da estrutura será normal de pequena variabilidade e para o vento será uma ação variável normal. Por tanto temos a fórmula (4.2) calculada:

$$Sd = \sum (1,4 \times G_{CARGA} + 1,3 \times G_{ESTRUTURA}) + 1,4 \times 370$$

Este caso deverá ser calculado em dois momentos, como já foi dito. O primeiro será na ação crítica da carga na viga, o outro caso será na ação crítica de peso próprio da estrutura nas sapatas. Por último, terá a consideração de falha de material, pois o SolidWorks Designer considera um material perfeitamente homogêneo e sem falhas de fabricação metalúrgica, o que sabe-se que isso é praticamente impossível. Para este caso então ter-se-á um coeficiente de segurança relativo ao material de 1,4.

4.3.3. Deformação máxima

A deformação máxima será considerada a partir da flecha máxima considerada admissível por norma (NBR8800). Como sabemos que a aplicação direta em pontos livres, em geral, é o mesmo ponto onde se encontra a deformação máxima, então conforme análise da figura 4.6, percebe-se que a deformação máxima ocorre em uma viga flexionada. Assim sendo, tem-se a flecha máxima admissível por norma:

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{L}{360} \quad (4.3)$$

Considerando os valores do projeto, tem-se a equação (4.3):

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{1000}{360} \cong 2,8 \text{ mm}$$

A seguir, veja o limite de deformação da estrutura:

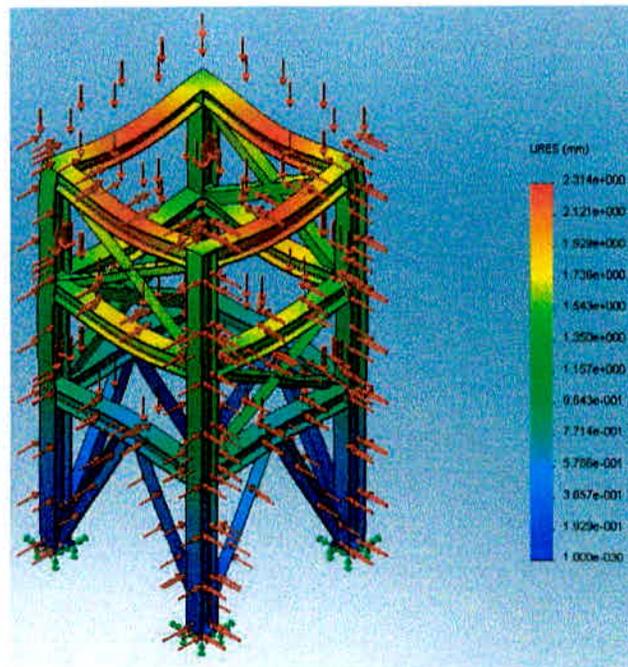


FIGURA 4.10: Deslocamento máximo de esforços combinados na estrutura. Fonte: Próprio autor, 2011.

Conforme percebe-se na figura acima, o deslocamento máximo ocorre nas vigas do terceiro nível de carga, sendo um limite de deformação de 2,314mm. Comparando com a equação (4.3), tem-se:

$$\delta_{max} = \frac{1000}{360} \cong 2,8 \text{ mm} > 2,314 \text{ mm}$$

Por tanto as limitações do software por ser linear também não foram problemas. O próximo passo é considerar falha de material para o limite de escoamento, o que gerou segundo norma, um fator de segurança de 1,4, ou seja:

$$L_{escoamento} = \frac{3,516 \times 10^8}{1,4} \cong 2,511 \times 10^8 \frac{N}{m^2}$$

De maneira análoga, para aplicação direta no software, este valor de 1,4 pode ser acrescido no coeficiente de segurança global (1,5), ou seja:

$$CS = 1,4 \times 1,5 \cong 2$$

Retorna-se assim ao calculo de esforço porém com um novo coeficiente de segurança.

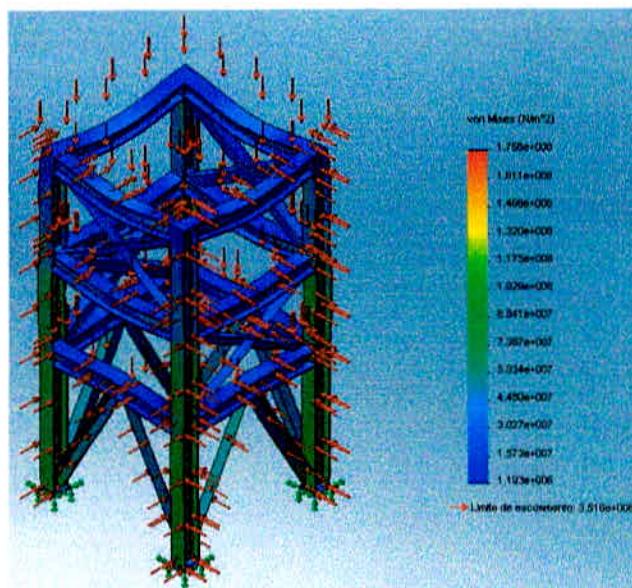


FIGURA 4.11: Tensão de Von Mises sob novo coeficiente de segurança. Fonte: Próprio autor, 2011.

Neste momento, não é necessário retomar ao deslocamento máximo, uma vez que com um coeficiente de segurança menor que o anterior, já havia atendido as condições de norma. Agora é só aplicar as condições de norma para se obter o resultado exato, segundo equação (4.2). Porém, perceba que apartir da equação (4.2), o único aspecto que lhe falta é adicionar as combinações a força peso, em outras palavras, adicionar a aceleração da gravidade no elemento estático. Fazendo isso e recalculando os elementos, ter-se-á a tensão crítica de projeto, e sob a condição de coeficiente de segurança de 2, pode-se saber qual o esforço máximo permitido em cada um dos níveis da estrutura.

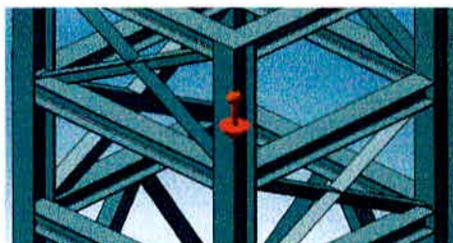


FIGURA 4.12: Vetor de aceleração da gravidade aplicada ao centro de massa da estrutura. Fonte: Próprio autor, 2011.

Por fim, deve-se majorar as cargas, de acordo com norma equação (4.2):

$$Sd = \sum (1,4 \times G_{CARGA} + 1,3 \times (g \times 1580)) + 1,4 \times 370$$

$$Sd = \sum (1,4 \times G_{CARGA} + 1,3g \times 1580) + 518$$

Para ser utilizado no software, será considerado a ação do vento de 370 para 518N/m². Enquanto que a aceleração da gravidade será multiplicada por 1,3. E por fim, quando encontrado a carga máxima suportada pelos níveis, esta será dividida por 1,4, sempre respeitando o coeficiente de segurança de 2, ou seja, 1,5 da segurança global e 1,4 do material.

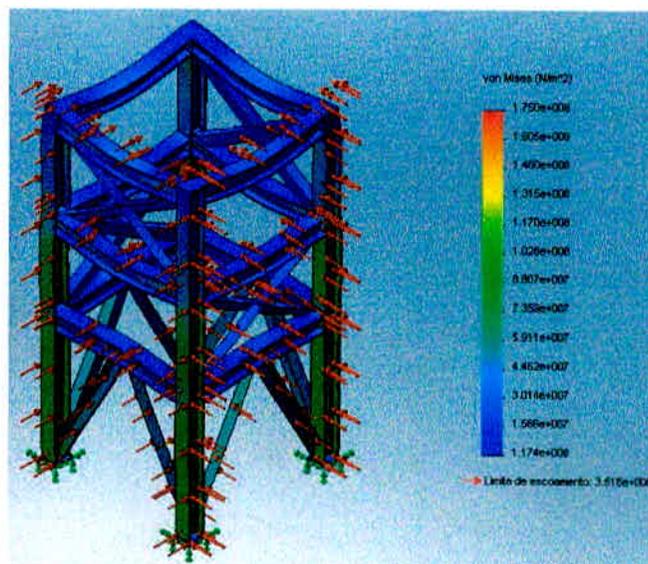


FIGURA 4.13: Tensão de Von Mises com esforços combinados majorados. Fonte: Próprio autor, 2011.

No relatório gerado pelo software, foi encontrado uma pressão máxima de atuação aos três níveis da estrutura de 940000 N/m². Mas deve-se lembrar que este valor ainda deve ser minorado, devido a variações bruscas de carga, uma vez que não foi definido o que exatamente iria ser apoiado na estrutura.

$$G_{CARGA} = \frac{940000}{1,4} \cong 671500 \frac{N}{m^2}$$

4.5. Resultados

Comparando os dois resultados gerados por cada uma das simulações, pode-se perceber a variação brusca que acontece no valor de pressão possível de ser executado com um nível de segurança eficiente, dado por normas. Não se pode afirmar que em uma aplicação direta, com certeza, a estrutura entraria em colapso devido a pura ação do esforço. Porém existem imprevistos de projeto, fabricação e vida útil da estrutura que devem ser levados em conta, e são estes aspectos que as normas tentam levar em conta.

$$\frac{G_{COMBINADA}}{G_{DIRETA}} \times 100 = \frac{671500}{1264300} \times 100 \cong 53,12\%$$

Por último, calcular-se-á quantos quilogramas podem ser suportados por nível da estrutura, devido a ação da pressão na área da mesa superior das vigas.

$$\text{Aplicação Direta} \rightarrow \frac{1264300 \times 0,926772}{9,81} = 119441 \text{Kg}$$

$$\text{Aplicação Segundo Norma} \rightarrow \frac{1264300 \times 0,926772 \times 53,12\%}{9,81} = 63438 \text{Kg}$$

Portanto uma não consideração criteriosa de normas de projetos de estruturas pode chegar a um erro de projeto de aproximadamente 56 toneladas. É válido também lembrar que as 63,5 ton que são suportadas em cada nível é de maneira distribuída, ou seja,

dependendo da área de contato do esforço que será enquadrado em cada nível, um novo cálculo de ação da pressão deve ser realizado, reduzindo assim a força peso total permitida.

5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NA ENGENHARIA

Existem diversos trabalhos sobre o MEF na literatura no âmbito da engenharia. Entre suas variadas aplicações pode-se citar exemplos como: Simulação numérica via elementos finitos da conformação de chapas metálicas por pressão hidráulica (ABRANTES, 2003), simulação por elementos finitos de uma mola de compressão (BARBOSA, 2007), dimensionamento de juntas soldadas utilizando soluções de modelos de placas obtidas por elementos finitos (ALVIM, 2005), análise dinâmica pelo método dos elementos finitos (MENDONÇA, 2004), análises dinâmicas de estruturas com a utilização integrada de modelos de identificação modal e modelos de elementos finitos (MENDES, 2008), estudo de vibração forçada de placas laminadas pelo método dos elementos finitos usando a integração direta de Newmark (VOLPINI, 2006) e análises dinâmicas de placas delgadas utilizando elementos finitos triangulares e retangulares (WAIDEMAM, 2004).

A respeito dos trabalhos citados, como foi obtido nos resultados do modelo experimental, diversos tipos de aplicações estáticas podem ser realizadas. Abrantes através de um ensaio denominado “Bulge Test”, realizou deformações lineares em chapas sem estar presente as forças de atrito. Este se torna muito importante para modelações matemáticas para se representar o material em seu regime elástico. Para visualização dos resultados em elementos finitos, Abrantes utilizou o software LS-DYNA.

Ainda na estática, Alvim desenvolveu um estudo de elementos soldados através dos elementos finitos. Soldas são muito utilizadas em diversas áreas, principalmente na em estruturas de grande porte garantindo a vinculação entre chapas e elementos esbeltos. Alguns dos meios são: construções navais, ferroviárias, aeronáutica e automobilística. Com base nestes aspectos, Alvim desenvolve uma avaliação do estado de tensão nas regiões soldadas resultantes da simulação numérica sob carregamentos reais, desenvolvidos em elementos finitos.

Quando Barbosa desenvolveu o estudo de molas de automóveis, este procurou focar nas tensões atuantes nas molas sem se preocupar com as oscilações periódicas da mesma,

mas já atribuindo os coeficientes de rigidez. Para o cálculo dos elementos finitos, Barbosa utilizou os softwares Solid Edge, Femap, NX Nastran. O trabalho de Barbosa instigou a pesquisa na área de esforços dinâmicos o que resultou em mais uma série de resultados de trabalhos publicados.

Assim, na área de esforços dinâmicos, Mendonça realizou um trabalho extramente informativo e de grande utilidade didática onde foi demonstrado matematicamente a utilização do método dos elementos finitos em modelos vibratórios. Ele apresentou uma revisão dos fundamentos de vibrações e posteriormente verificou a utilização do método dos elementos finitos como tratamento para problemas de vibração em corpos sólidos.

Em aplicações específicas do material apresentado por Mendonça, Mendes utilizou para realizar o cálculo de barragens de betão. Neste, Mendes abordou a aplicação do método dos elementos finitos em estruturas da engenharia civil realizado no domínio da frequência, o que permitiu grandezas físicas sob um comportamento dinâmico. Waidemam também apresentou em sua tese de mestrado uma análise ao comportamento dinâmico de estruturas laminares planas com carregamento plano perpendicular.

Estes trabalhos comprovam que o MEF não é só utilizado em análises de esforços estáticos em estruturas. Uma vez que se tenha a malha estrutural formada com os graus de liberdade, o método também pode ser utilizado para cálculos de frequência, transmissibilidade vibratória, cálculos termodinâmicos entre outros. Ainda com o auxílio de softwares especializados em modelamento e cálculo estrutural, o MEF pode gerar otimização do projeto caso haja insatisfação por parte do projetista. Este aspecto contribui não só para os engenheiros e projetista, mas também para os pesquisadores que se interessam neste assunto.

6 CONCLUSÃO

Ao final deste trabalho é possível perceber o quão importante é o estudo apurado do método dos elementos finitos mesmo que sua utilização seja para cálculos de estruturas mais simples. Por meio do M.E.F, inúmeros cálculos de projetos mecânicos podem ser conduzidos sob o domínio de vários tipos de ações que possam comprometer a estabilidade estrutural do projeto. Durante o trabalho foi percebido que para cada tipo de aplicação, existe uma série de fatores e peculiaridades que devem ser consideradas para um bom andamento e resultados finais proveitosos.

Este método quando bem executado, agiliza a realização dos cálculos estruturais aproximando com elevada precisão de um resultado final satisfatório e confiável. Porém, é necessário obter conhecimento e domínio no assunto, principalmente a respeito das limitações do software para que o mesmo não gere resultados falhos ou absurdos.

É fato que pôde se desenvolver e aplicar diversos conceitos do curso de Engenharia Mecânica da teoria à prática. As aplicações dos conhecimentos tornam-se ainda mais fascinante à medida que os resultados começam a surgir, tais como os resultados gerados pelo CosmosWorks Designer.

Quando tratam-se das especificações e regências de um projeto puro, mais uma gama enorme de métodos, ferramentas e normas devem ser seguidos, o que mais uma vez comprova que um profissional da área de projetos, por si só, não é capaz de executar um projeto de alta complexidade sem ferramentas teóricas e com uma boa equipe de profissionais. Apesar do conhecimento não ser algo restrito, mas sim algo que podemos compartilhar, aprender com os demais e desenvolver ao longo da experiência profissional e prática, apenas a busca por informações e pesquisas científicas não são suficientes para tornar um profissional especialista em cálculo de estruturas estáticas. Certo que este trabalho sirva para um começo de um caminho a ser trilhado durante a carreira profissional e que os conhecimentos adquiridos durante a execução do mesmo sirvam para necessidades futuras na profissão, é de extrema importância realizar especializações após um curso bem feito de engenharia mecânica para se tornar um engenheiro calculista.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRANTES, Jorge Paiva e BATALHA, Gilmar Ferreira.; **Simulação Numérica Via Elementos Finitos da Conformação de Chapas Metálicas por Pressão Hidráulica (BULGE TEST)**. FEMEC-UFU. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, SP. 2003.

ALVIM, Roberto de Abreu.; **Dimensionamento de Juntas Soldadas Utilizando Soluções de Modelos de Placas Obtidas por Elementos Finitos**. PUC. Rio de Janeiro, RJ. 2005.

AZEVEDO, Álvaro F. M.; **Método dos Elementos Finitos**. 1. ed. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto. Portugal. 2003.

BARBOSA, Robinson F. e BARBOSA, Sidney C.; **SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS – Simulação de uma Mola de Compressão**. UFMG. Departamento de Engenharia Mecânica. Belo Horizonte, MG. 2007.

BAZZO, Walter Antonio. VALE PEREIRA, Luiz Teixeira. **Introdução à Engenharia – Conceitos, Ferramentas e Comportamentos**. Edição da UFSC – Florianópolis. 2006.

BENTO, Daniela A. **Fundamentos de Resistência dos Materiais**. GEMM/ CEFETSC – Centro Federal de Educação e Tecnológica de Santa Catarina. Curso Técnico de Mecânica. Florianópolis, SC. 2003.

CHIAVERINI, Vicente.; **TECNOLOGIA MECÂNICA – Estrutura e Propriedades das Ligas Metálicas V.1**. 4. Ed. - São Paulo: McGraw-Hill Ltda, 1986.

COSMOSWorks: Structure Research and Analysis. Version SP3. SolidWorks Corporation, 2007. 1 CD-ROM.

FIALHO, Arivelto Bustamante. **COMOS – Plataforma CAE do SolidWorks**. Editora Érica. 1ª Ed. São Paulo, SP. 2008.

FILHO, Avelino Alves. **ELEMENTOS FINITOS – A Base da Tecnologia CAE – Análise Dinâmica**. Editora Érica. 1ª Ed. São Paulo, SP. 2005.

GERDAU. **Linhas de Produtos**. 2011. Disponível em: <http://www.gerdau.com.br/produtos-e-servicos/produtos-linhas-de-produtos.aspx>. Acesso em: 29 outubro 2011.

MENDES, P.; OLIVEIRA, S.; **Análise Dinâmica de Estruturas, Utilização Integrada de Modelos de Identificação Modal e Modelos de Elementos Finitos**. Laboratório Nacional de Engenharia Civil. Lisboa. 2008.

MENDONÇA, Paulo T. R.; **Análise Dinâmica pelo Método de Elementos Finitos**. UFSC. Grante – Depto. De Engenharia Mecânica. Florianópolis, SC. 2004.

MONTEIRO, José M. T.; **Determinação de Fatores de Intensidade de Tensão Usando o Método dos Elementos Finitos**. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto. Portugal. 1984.

POPOV, Egor P. **Mecânica dos Sólidos**. Editora Pearson Prentice Hall. 2ª Ed. São Paulo, SP. 2000.

RAO, S.; **Vibrações Mecânicas**. 4. ed. Tradução Arlete Simille; revisor técnico José Juliano de Lima Jr. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

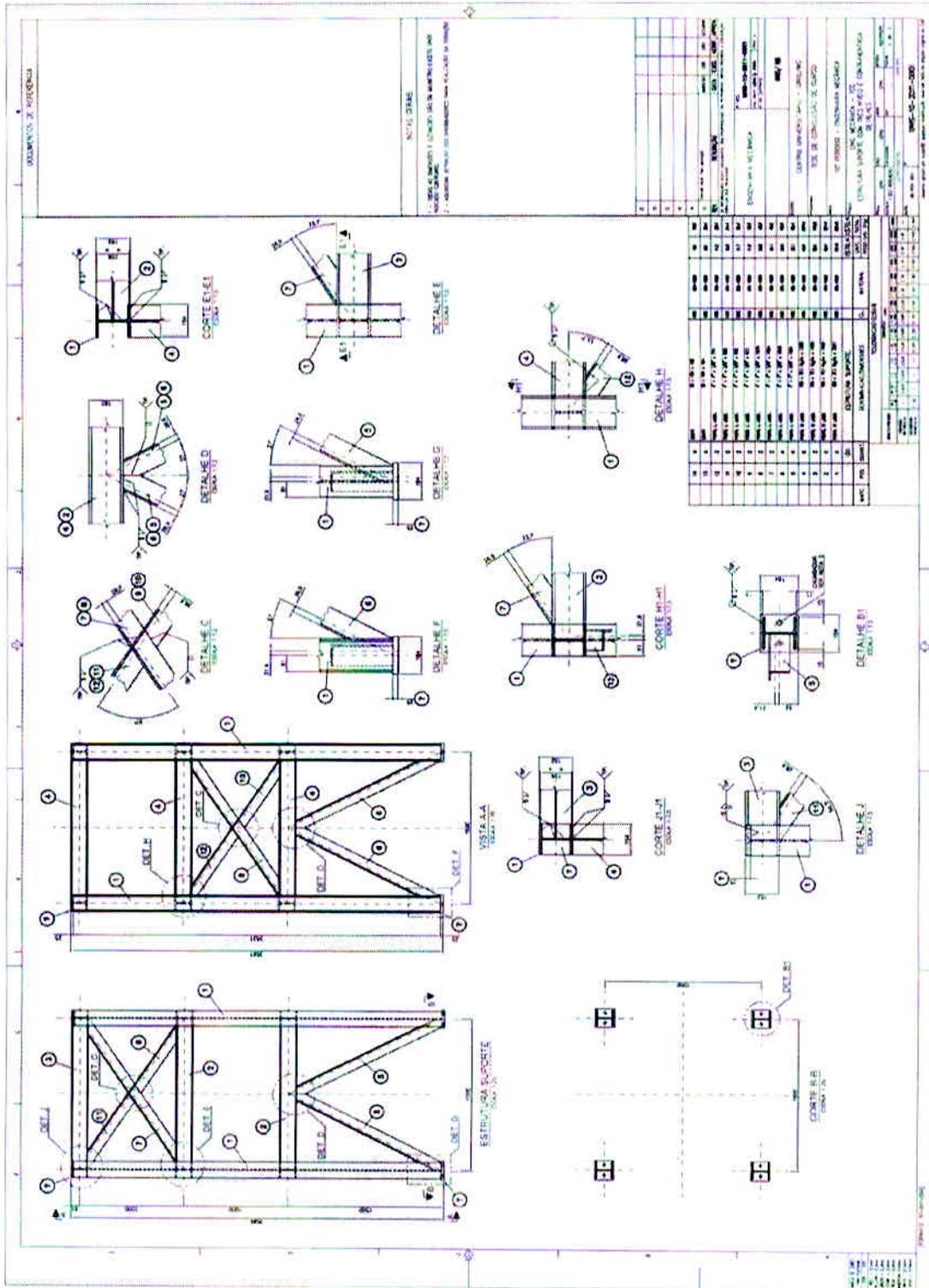
RIBEIRO, Fernando L. B. **Introdução ao Método dos Elementos Finitos**. COPPE/ UFRJ – Programa de Engenharia Civil. Rio de Janeiro, RJ. 2004.

SOLIDWorks Office Premium: Powerful 3 Product Design Software. Version SP3. SolidWorks Corporation, 2007. 1 DVD-ROM.

VOLPINI, Estevão X.; **Estudo de Vibração Forçada de Placas Laminadas pelo Método dos Elementos Finitos Usando a Integração Direta de Newmark.** UNICAMP. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Departamento de Estruturas. Campinas, SP. 2006.

WAIDEMAM, L.; **Análise Dinâmica de Placas Delgadas Utilizando Elementos Finitos Triangulares e Retangulares.** UNESP. Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira. Ilha Solteira, SP. 2004.

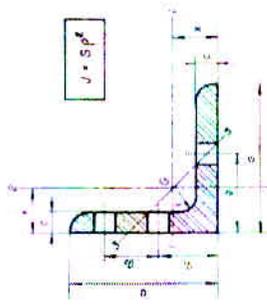
APÊNDICE A – DESENHO DO MODELO





CANTONEIRAS (ABAS IGUAIS) (PADRÃO AMERICANO)

L	DIMENSÕES				PÉSO	SEÇÃO		EIXOS I-1, 2-2				EIXO 3-3	
	h	b	t	r		S	I _x	J	W _x	W _y	F	Z	
1"	25,40	1,27	1,27	0,127	0,80	1,18	1,18	0,8	0,49	0,78	0,49	0,49	
1/4"	31,75	1,27	1,27	0,127	1,18	2,11	2,11	1,2	0,45	0,78	0,48	0,48	
1/2"	38,10	1,27	1,27	0,127	1,48	2,30	2,30	1,7	0,83	0,73	0,40	0,40	
3/4"	44,45	1,27	1,27	0,127	1,78	2,77	2,77	2,5	1,15	0,98	0,61	0,61	
1"	50,80	1,27	1,27	0,127	2,08	3,24	3,24	3,3	1,47	1,17	0,94	0,94	
1 1/4"	63,50	1,27	1,27	0,127	2,77	4,13	4,13	4,5	2,11	1,35	1,01	1,01	
1 1/2"	76,20	1,27	1,27	0,127	3,07	4,57	4,57	5,0	2,26	1,59	1,24	1,24	
2"	89,00	1,27	1,27	0,127	3,76	5,46	5,46	5,8	2,91	2,02	1,58	1,58	
2 1/2"	101,80	1,27	1,27	0,127	4,45	6,35	6,35	6,5	3,56	2,49	1,96	1,96	
3"	114,60	1,27	1,27	0,127	5,14	7,24	7,24	7,3	4,21	3,07	2,44	2,44	
4"	127,40	1,27	1,27	0,127	5,83	8,13	8,13	8,3	4,86	3,65	2,92	2,92	
5"	140,20	1,27	1,27	0,127	6,52	9,02	9,02	9,3	5,51	4,24	3,39	3,39	
6"	153,00	1,27	1,27	0,127	7,21	9,91	9,91	10,3	6,16	4,82	3,97	3,97	
8"	203,20	1,27	1,27	0,127	9,59	13,19	13,19	13,8	8,13	6,46	5,28	5,28	



Descrição de uma cantoneira de abas iguais com $a = 2" = 50,8 \text{ mm}$

L 2" x 2" x 3/16"

Perfis Não Estruturais (empilhados, caixilho)	Péso		Biotas	
	Milímetros	kg/m	Polegadas	Milímetros
7/8" x 1/2"	18,05	2,17	0,48	44,45 x 12,7
1" x 5/8"	22,23	2,61	1,04	50,80 x 16,51
1 1/4" x 3/4"	32,23	3,76	1,48	50,80 x 22,86
1 1/2" x 7/8"	38,10	4,52	1,91	50,80 x 25,40
1 3/4" x 1"	44,45	5,28	2,34	50,80 x 27,94
2" x 1 1/4"	54,45	6,43	2,78	50,80 x 31,75
2 1/2" x 1 3/4"	64,45	7,58	3,21	50,80 x 35,56
3" x 2"	74,45	8,73	3,65	50,80 x 39,37
3 1/2" x 2 1/2"	84,45	9,88	4,08	50,80 x 43,18
4" x 3"	94,45	11,03	4,52	50,80 x 46,99
4 1/2" x 3 1/2"	104,45	12,18	4,95	50,80 x 50,80
5" x 4"	114,45	13,33	5,39	50,80 x 54,61
5 1/2" x 4 1/2"	124,45	14,48	5,82	50,80 x 58,42
6" x 5"	134,45	15,63	6,26	50,80 x 62,23
6 1/2" x 5 1/2"	144,45	16,78	6,69	50,80 x 66,04
7" x 6"	154,45	17,93	7,13	50,80 x 69,85
7 1/2" x 6 1/2"	164,45	19,08	7,56	50,80 x 73,66
8" x 7"	174,45	20,23	8,00	50,80 x 77,47
8 1/2" x 7 1/2"	184,45	21,38	8,43	50,80 x 81,28
9" x 8"	194,45	22,53	8,87	50,80 x 85,09
9 1/2" x 8 1/2"	204,45	23,68	9,30	50,80 x 88,90
10" x 9"	214,45	24,83	9,74	50,80 x 92,71
10 1/2" x 9 1/2"	224,45	25,98	10,17	50,80 x 96,52
11" x 10"	234,45	27,13	10,61	50,80 x 100,33
11 1/2" x 10 1/2"	244,45	28,28	11,04	50,80 x 104,14
12" x 11"	254,45	29,43	11,48	50,80 x 107,95
12 1/2" x 11 1/2"	264,45	30,58	11,91	50,80 x 111,76
13" x 12"	274,45	31,73	12,35	50,80 x 115,57
13 1/2" x 12 1/2"	284,45	32,88	12,78	50,80 x 119,38
14" x 13"	294,45	34,03	13,22	50,80 x 123,19
14 1/2" x 13 1/2"	304,45	35,18	13,65	50,80 x 127,00
15" x 14"	314,45	36,33	14,09	50,80 x 130,81
15 1/2" x 14 1/2"	324,45	37,48	14,52	50,80 x 134,62
16" x 15"	334,45	38,63	14,96	50,80 x 138,43
16 1/2" x 15 1/2"	344,45	39,78	15,39	50,80 x 142,24
17" x 16"	354,45	40,93	15,83	50,80 x 146,05
17 1/2" x 16 1/2"	364,45	42,08	16,26	50,80 x 149,86
18" x 17"	374,45	43,23	16,70	50,80 x 153,67
18 1/2" x 17 1/2"	384,45	44,38	17,13	50,80 x 157,48
19" x 18"	394,45	45,53	17,57	50,80 x 161,29
19 1/2" x 18 1/2"	404,45	46,68	18,00	50,80 x 165,10
20" x 19"	414,45	47,83	18,44	50,80 x 168,91
20 1/2" x 19 1/2"	424,45	48,98	18,87	50,80 x 172,72
21" x 20"	434,45	50,13	19,31	50,80 x 176,53
21 1/2" x 20 1/2"	444,45	51,28	19,74	50,80 x 180,34
22" x 21"	454,45	52,43	20,18	50,80 x 184,15
22 1/2" x 21 1/2"	464,45	53,58	20,61	50,80 x 187,96
23" x 22"	474,45	54,73	21,05	50,80 x 191,77
23 1/2" x 22 1/2"	484,45	55,88	21,48	50,80 x 195,58
24" x 23"	494,45	57,03	21,92	50,80 x 199,39
24 1/2" x 23 1/2"	504,45	58,18	22,35	50,80 x 203,20
25" x 24"	514,45	59,33	22,79	50,80 x 207,01
25 1/2" x 24 1/2"	524,45	60,48	23,22	50,80 x 210,82
26" x 25"	534,45	61,63	23,66	50,80 x 214,63
26 1/2" x 25 1/2"	544,45	62,78	24,09	50,80 x 218,44
27" x 26"	554,45	63,93	24,53	50,80 x 222,25
27 1/2" x 26 1/2"	564,45	65,08	24,96	50,80 x 226,06
28" x 27"	574,45	66,23	25,40	50,80 x 229,87
28 1/2" x 27 1/2"	584,45	67,38	25,83	50,80 x 233,68
29" x 28"	594,45	68,53	26,27	50,80 x 237,49
29 1/2" x 28 1/2"	604,45	69,68	26,70	50,80 x 241,30
30" x 29"	614,45	70,83	27,14	50,80 x 245,11
30 1/2" x 29 1/2"	624,45	71,98	27,57	50,80 x 248,92
31" x 30"	634,45	73,13	28,01	50,80 x 252,73
31 1/2" x 30 1/2"	644,45	74,28	28,44	50,80 x 256,54
32" x 31"	654,45	75,43	28,88	50,80 x 260,35
32 1/2" x 31 1/2"	664,45	76,58	29,31	50,80 x 264,16
33" x 32"	674,45	77,73	29,75	50,80 x 267,97
33 1/2" x 32 1/2"	684,45	78,88	30,18	50,80 x 271,78
34" x 33"	694,45	80,03	30,62	50,80 x 275,59
34 1/2" x 33 1/2"	704,45	81,18	31,05	50,80 x 279,40
35" x 34"	714,45	82,33	31,49	50,80 x 283,21
35 1/2" x 34 1/2"	724,45	83,48	31,92	50,80 x 287,02
36" x 35"	734,45	84,63	32,36	50,80 x 290,83
36 1/2" x 35 1/2"	744,45	85,78	32,79	50,80 x 294,64
37" x 36"	754,45	86,93	33,23	50,80 x 298,45
37 1/2" x 36 1/2"	764,45	88,08	33,66	50,80 x 302,26
38" x 37"	774,45	89,23	34,10	50,80 x 306,07
38 1/2" x 37 1/2"	784,45	90,38	34,53	50,80 x 309,88
39" x 38"	794,45	91,53	34,97	50,80 x 313,69
39 1/2" x 38 1/2"	804,45	92,68	35,40	50,80 x 317,50
40" x 39"	814,45	93,83	35,84	50,80 x 321,31
40 1/2" x 39 1/2"	824,45	94,98	36,27	50,80 x 325,12
41" x 40"	834,45	96,13	36,71	50,80 x 328,93
41 1/2" x 40 1/2"	844,45	97,28	37,14	50,80 x 332,74
42" x 41"	854,45	98,43	37,58	50,80 x 336,55
42 1/2" x 41 1/2"	864,45	99,58	38,01	50,80 x 340,36
43" x 42"	874,45	100,73	38,45	50,80 x 344,17
43 1/2" x 42 1/2"	884,45	101,88	38,88	50,80 x 347,98
44" x 43"	894,45	103,03	39,32	50,80 x 351,79
44 1/2" x 43 1/2"	904,45	104,18	39,75	50,80 x 355,60
45" x 44"	914,45	105,33	40,19	50,80 x 359,41
45 1/2" x 44 1/2"	924,45	106,48	40,62	50,80 x 363,22
46" x 45"	934,45	107,63	41,06	50,80 x 367,03
46 1/2" x 45 1/2"	944,45	108,78	41,49	50,80 x 370,84
47" x 46"	954,45	109,93	41,93	50,80 x 374,65
47 1/2" x 46 1/2"	964,45	111,08	42,36	50,80 x 378,46
48" x 47"	974,45	112,23	42,80	50,80 x 382,27
48 1/2" x 47 1/2"	984,45	113,38	43,23	50,80 x 386,08
49" x 48"	994,45	114,53	43,67	50,80 x 389,89
49 1/2" x 48 1/2"	1004,45	115,68	44,10	50,80 x 393,70
50" x 49"	1014,45	116,83	44,54	50,80 x 397,51
50 1/2" x 49 1/2"	1024,45	117,98	44,97	50,80 x 401,32
51" x 50"	1034,45	119,13	45,41	50,80 x 405,13
51 1/2" x 50 1/2"	1044,45	120,28	45,84	50,80 x 408,94
52" x 51"	1054,45	121,43	46,28	50,80 x 412,75
52 1/2" x 51 1/2"	1064,45	122,58	46,71	50,80 x 416,56
53" x 52"	1074,45	123,73	47,15	50,80 x 420,37
53 1/2" x 52 1/2"	1084,45	124,88	47,58	50,80 x 424,18
54" x 53"	1094,45	126,03	48,02	50,80 x 427,99
54 1/2" x 53 1/2"	1104,45	127,18	48,45	50,80 x 431,80
55" x 54"	1114,45	128,33	48,89	50,80 x 435,61
55 1/2" x 54 1/2"	1124,45	129,48	49,32	50,80 x 439,42
56" x 55"	1134,45	130,63	49,76	50,80 x 443,23
56 1/2" x 55 1/2"	1144,45	131,78	50,19	50,80 x 447,04
57" x 56"	1154,45	132,93	50,63	50,80 x 450,85
57 1/2" x 56 1/2"	1164,45	134,08	51,06	50,80 x 454,66
58" x 57"	1174,45	135,23	51,50	50,80 x 458,47
58 1/2" x 57 1/2"	1184,45	136,38	51,93	50,80 x 462,28
59" x 58"	1194,45	137,53	52,37	50,80 x 466,09
59 1/2" x 58 1/2"	1204,45	138,68	52,80	50,80 x 469,90
60" x 59"	1214,45	139,83	53,24	50,80 x 473,71
60 1/2" x 59 1/2"	1224,45	140,98	53,67	50,80 x 477,52
61" x 60"	1234,45	142,13	54,11	50,80 x 481,33
61 1/2" x 60 1/2"	1244,45	143,28	54,54	50,80 x 485,14
62" x 61"	1254,45	144,43	54,98	50,80 x 488,95
62 1/2" x 61 1/2"	1264,45	145,58	55,41	50,80 x 492,76